

۱. دامنه و برد تابع  $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$  به ترتیب برابر است با:

- (۱)  $R$  و  $(-1,1)$  (۲)  $R^+$  و  $R$  (۳)  $R$  و  $[-1,0)$  (۴)  $R$  و  $(0,1]$

۲. معکوس تابع  $y = \frac{2x+3}{x-1}$  برابر است با:

- (۱)  $y = \frac{x-2}{x+3}$  (۲)  $y = \frac{3+x}{2-x}$  (۳)  $y = \frac{x+3}{x-2}$  (۴)  $y = \frac{x-1}{2x+3}$

۳. حاصل  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x$  برابر است با:

- (۱)  $e$  (۲)  $\frac{1}{e}$  (۳)  $\frac{a}{e}$  (۴)  $e^a$

۴. مشتق تابع  $y = \ln(\cos x)$  برابر است با:

- (۱)  $\tan x$  (۲)  $-\tan x$  (۳)  $-\sin x$  (۴)  $\sin x$

۵. اگر ماکزیمم تابع  $y = -x^3 + ax^2$  برابر ۴ باشد مقدار  $a$  برابر است با:

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

۶. حاصل  $\int \frac{\sqrt{x+1}}{x} dx$  برابر است با:

- (۱)  $x\sqrt{x} - \ln x + c$  (۲)  $2\sqrt{x} + \ln x + c$  (۳)  $x\sqrt{x} + \ln x + c$  (۴)  $\sqrt{x} + 2 \ln x + c$

۷. دترمینان حاصلضرب دو ماتریس زیر برابر است با:

- (۱) ۳۳ (۲) ۲۷ (۳) -۲۷ (۴) -۳۳
- $$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

۸. بهای هر واحد از تولیدات کارخانه‌ای در رقابت کامل ۱۰۰ تومان است اگر تابع هزینه کل

$$C = x^2 + 20x + 700$$

- (۱) ۹۰۰ (۲) ۱۰۰۰ (۳) ۱۶۰۰ (۴) ۴۰۰۰

۹. نصف عددی از آن عدد  $\frac{5}{9}$  و ۳ واحد کمتر است، آن عدد کدام است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۵۴ (۳) ۶۳ (۴) ۷۲

۱۰. حاصل  $\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \times \sqrt[4]{4}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $\sqrt{2}$  (۳) ۲ (۴) ۱

۱۱. اگر  $0 < b < a$  آنگاه کدام نامساوی نادرست است؟  
 (۱)  $a^2 < b^2$  (۲)  $a^2 > b^2$  (۳)  $ab > 0$  (۴)  $a^2 > ab$
۱۲. در ۱۵۰ داده آماری دسته بندی شده فراوانی نسبی دسته‌ای ۰/۱۸ است. فراوانی آن دسته کدام است؟  
 (۱) ۲۱ (۲) ۲۴ (۳) ۲۷ (۴) ۳۶
۱۳. اگر  $A = \{2, 5, 7, 9, 3\}$  و  $B = \{1, 3, 4, 6, 7\}$  مجموعه  $(A - B) \cup (B - A)$  چند عضو دارد؟  
 (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷
۱۴. مجموع تمام مقسوم علیه‌های عدد ۳۲ کدام است؟  
 (۱) ۴۸ (۲) ۵۰ (۳) ۵۲ (۴) ۵۳
۱۵. عدد  $\frac{3}{\sqrt[4]{27}}$  برابر کدام است؟  
 (۱)  $\sqrt[4]{3}$  (۲)  $\sqrt[4]{12}$  (۳)  $\sqrt[3]{3}$  (۴)  $\sqrt{3}$
۱۶. باقیمانده تقسیم عبارت  $8x^3 - 4x^2 + 6x$  بر دو جمله‌ای  $2x - 1$  کدام است؟  
 (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۳
۱۷. حاصل  $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 1} \times \frac{x^2 - x}{x - 2}$  کدام است؟  
 (۱) -x (۲) x (۳) x+1 (۴) ۱
۱۸. کدام عدد کلیت حکم «مربع هر عدد صحیح، مضرب ۷ به علاوه یک است» را نقض می‌کند؟  
 (۱) ۱۷ (۲) ۱۵ (۳) ۱۳ (۴) ۸
۱۹. در دنباله  $U_n = \frac{2n+1}{n^2-1}$  جمله دهم کدام است؟  
 (۱)  $\frac{13}{66}$  (۲)  $\frac{7}{33}$  (۳)  $\frac{9}{34}$  (۴)  $\frac{14}{31}$
۲۰. مجموع عکس ریشه‌های معادله درجه دوم  $3x^2 + 5x = 2$  کدام است؟  
 (۱)  $-\frac{5}{2}$  (۲)  $-\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{2}{5}$  (۴)  $\frac{5}{2}$
۲۱. اگر  $x^4 - 2x^2 + 1$  کوچکترین مضرب مشترک دو چهارجمله‌ای  $x(x^2 + ax - 1) + 1$ ،  $x^3 + x^2 - x - 1$  باشد، a کدام است؟  
 (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲
۲۲. میانگین داده‌های  $x_i: i = 1, 2, 3, \dots, 9$  برابر ۳/۵ است، میانگین داده‌های  $y_i = 2x_i - 1$  کدام است؟  
 (۱) ۲/۵ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۷

۲۳. در دسته‌بندی ۱۵۰ داده آماری در ۸ طبقه فراوانی دسته پنجم برابر ۳۶ است، درصد فراوانی نسبی این دسته کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۲۷ (۴) ۳۲

۲۴. در مثلث قائم‌الزاویه‌ای یکی از زاویه‌ها ۵۲ درجه است، زاویه بین وتر و میانه وارد بر آن چند درجه است؟

- (۱) ۶۲ (۲) ۶۴ (۳) ۷۶ (۴) ۷۸

۲۵. از رابطه  $x^2 + 4y^2 + 1 = 4y$  مقدار  $x+y$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۱ (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

۲۶. واسطه عددی بین دو عدد  $1 + \sqrt{3}$  و  $\frac{2}{1-\sqrt{3}}$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\sqrt{3}$  (۴) ۱

۲۷. کدام تابع یک به یک نیست؟

- (۱)  $y = x|x|$  (۲)  $y = x + \frac{1}{x}$  (۳)  $y = x + \sqrt{x}$  (۴)  $y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

۲۸. اگر  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{5+x^2}}$  حاصل  $f^{-1}\left(\frac{-2}{3}\right) + \sqrt{5}f(2\sqrt{5})$  کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۹. نقطه  $A(7, 3)$  رأس یک متوازی‌الاضلاع و دو ضلع آن بر دو خط به معادلات  $2x+3y=11$  و  $y-3x=0$  منطبق است فاصله نقطه تلاقی دو قطر متوازی‌الاضلاع از مبدأ مختصات چقدر است؟

- (۱)  $\sqrt{13}$  (۲)  $2\sqrt{5}$  (۳) ۴ (۴) ۵

۳۰. حاصل  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n(n+1)} - n)$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۱ (۴)  $\infty$

۳۱. تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|}[x], & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$  به ازای کدام مجموعه مقادیر  $a$  در  $x=0$  پیوسته است؟

- (۱)  $\{1\}$  (۲)  $\emptyset$  (۳)  $\{0\}$  (۴)  $\{0 \text{ و } 1\}$

۳۲. مشتق مرتبه دهم تابع  $f(x) = x \sin 2x$  به ازای  $x = \frac{\pi}{2}$  کدام است؟

- (۱)  $-5 \times 2^{10}$  (۲)  $5 \times 2^9$  (۳)  $5 \times 2^{10}$  (۴)  $-5 \times 2^9$

۳۳. از رابطه  $x.e^{3x+z} + \ln(2y-z) + x^2y = 1$  مقدار  $\frac{\partial z}{\partial y}$  در نقطه (۳ و ۲ و ۱) - کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{2}$  (۲)  $-\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

۳۴. در تابع  $z = x \operatorname{Arctg} \frac{y}{x}$  با تغییر متغیرهای  $\kappa = r \cos \theta$  و  $y = r \sin \theta$  مقدار  $\frac{\partial z}{\partial y}$  به ازای  $\theta = \pi$  چقدر  $r = 2$  چقدر است؟

- (۱)  $-\pi$  (۲)  $-\frac{\pi}{2}$  (۳)  $\frac{\pi}{2}$  (۴)  $\pi$

۳۵. ورقه نازک فلزی به شکل نیم‌دایره به قطر ۶ واحد است. فاصله مرکز ثقل این قطعه فلزی از قطر نیم دایره چقدر است؟

- (۱)  $\frac{4}{\pi}$  (۲)  $\frac{3}{\pi}$  (۳)  $\frac{\pi}{3}$  (۴)  $\frac{\pi}{4}$

۳۶. حاصل  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{3}{2}$

۳۷. حاصل انتگرال  $\int_0^{\alpha} \sin \sqrt{x} dx$  وقتی  $\alpha = \frac{\pi^2}{4}$  باشد چقدر است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{2} - 1$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۲ (۴) ۱

۳۸. اگر  $f(x) = t g^{-1} \frac{x+2a}{1-2ax}$  حاصل  $f'(x)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{1+x^2}$  (۲)  $\frac{2a}{1+4a^2x^2}$  (۳)  $\frac{a}{1+x^2}$  (۴)  $\frac{x}{1+4a^2x^2}$

۳۹. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} (x^{-x} + \sin x)^{\frac{1}{x}}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $e$  (۳)  $\sqrt{e}$  (۴) ۰

۴۰. نسبت تغییرات عبارت  $\frac{x-2}{x+1}$  به تغییر  $\sqrt{2x+5}$  به ازای  $x=3$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳) ۱ (۴)  $\frac{1}{2}$

۴۱. در پرتاب دو سکه با هم هر دو «رو» ظاهر شده‌اند، حال در پرتاب سه سکه با هم با کدام احتمال فقط یک «رو» ظاهر خواهد شد؟

- (۱)  $\frac{2}{8}$  (۲)  $\frac{3}{8}$  (۳)  $\frac{4}{8}$  (۴)  $\frac{5}{8}$

۴۲. در ظرفی ۳ گوی سفید و ۴ گوی سیاه قرار دارند اگر دو گوی از بین آنان بیرون آوریم با کدام احتمال هر دو گوی هم رنگ‌اند؟

- (۱)  $\frac{1}{7}$  (۲)  $\frac{2}{7}$  (۳)  $\frac{3}{7}$  (۴)  $\frac{4}{7}$

۴۳. واریانس داده‌های آماری کدام است؟

X	1	2	3	4
f	1	2	9	4

(۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{7}{8}$  (۳)  $\frac{5}{4}$  (۴)  $\frac{5}{8}$



۴۴. در نمودار دایره‌ای تقریباً چند درصد از داده‌های آماری با زاویه ۲۴ درجه نشان داده می‌شود؟

- (۱) ۶/۳ (۲) ۶/۷ (۳) ۷/۲ (۴) ۷/۴

۴۵. شش نفر ورزشکار را به چند طریق می‌توان به گروه‌های دو نفری دعوت کرد؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۴۶. در پرتاب دو تاس با هم، با کدام احتمال جمع دو عدد رو شده بیشتر از ۱۰ می‌باشد؟

- (۱)  $\frac{1}{12}$  (۲)  $\frac{1}{18}$  (۳)  $\frac{1}{9}$  (۴)  $\frac{1}{6}$

۴۷. اگر  $y = t^3 - 3t^2 + t$ ،  $x = t^2 + t$  باشد، مقدار  $\frac{d^2x}{dx^2}$  به ازای  $t=1$  است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۲

۴۸. خط مماس بر منحنی تابع  $f(x) = x^2 \cdot \ln(x-2)$  در نقطه‌ای به طول ۳ واقع بر آن، محور xها را کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱) -۲۷ (۲) -۲۴ (۳) -۱۸ (۴) -۱۵

۴۹. حاصل  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1+2+3+\dots+n}{n+4} - \frac{n}{2} \right)$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{5}{2}$

۵۰. حد عبارت  $\ln \left( \frac{2-h}{2} \right)^{\frac{1}{h}}$  وقتی  $h \rightarrow 0$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۱

۵۱. اگر یک نمونه ۱۰۰ تایی از جامعه اول با واریانس ۹ و یک نمونه ۲۵ تایی از جامعه دوم با واریانس ۴ انتخاب شوند و این دو نمونه مستقل از یکدیگر باشند، انحراف معیار تفاضل میانگین دو جامعه کدام است؟

- (۱) ۰/۲۵ (۲) ۰/۵ (۳) ۱/۲۵ (۴) ۱/۵

۵۲. در تابع چگالی  $f(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{2}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$  میانگین x کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۵۳. یک تیرانداز در هر آزمون می‌تواند سه نوع امتیاز A، B و C را به ترتیب با احتمالات ۰/۵، ۰/۳ و ۰/۲ کسب نماید. احتمال اینکه در هفت‌بار آزمون امتیازات وی ۲ بار A، ۲ بار B و ۳ بار C باشد، کدام است؟

- (۱) ۰/۰۳۷۸ (۲) ۰/۰۷۵۶ (۳) ۰/۱۶۸ (۴) ۰/۳۷۸

y \ x	۰	۱	۲
	۰	۰/۱	۰/۲
۱	۰	۰/۳	۰/۴
۳	۰	۰	۰

۵۴. در توزیع احتمال توام رو به رو،  $COV(X, Y)$ ، کدام است؟

- (۱)  $-۰/۵۶$  (۲)  $-۰/۴۶$  (۳) صفر (۴)  $۰/۶۴$

۵۵. از جعبه‌ای که محتوی ۱۲ عدد کالاست، ۴ عدد آن معیوب است، به تصادف ۲ تا را انتخاب می‌کنیم اگر  $X$

تعداد کالای سالم انتخاب شده باشد امید ریاضی  $X$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{7}{6}$  (۴)  $\frac{14}{11}$

۵۶. اگر  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + 1, & x \geq 9 \\ x - 4, & x < 9 \end{cases}$  باشد، آنگاه مقدار  $f^{-1}(6)$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\sqrt{6} + 1$  (۳) ۱۰ (۴) ۲۵

۵۷. خط قائم بر منحنی به معادله  $xy - x^2 = 1$  در نقطه (۲ و ۱)  $A$  با کدامیک از خطوط زیر موازی است؟

- (۱) محور  $X$  ها (۲) محور  $Y$  ها (۳)  $Y = X$  (۴)  $Y = -X$

۵۸. در تابع  $y = e^{2x+2x^2}$ ، طول یکی از نقاط عطف برابر است با:

- (۱)  $x = e^{-1}$  (۲)  $x = \ln 2$  (۳)  $x = -1$  (۴)  $x = 0$

۵۹. در تابع  $y - \sin(x + y) = 0$  حاصل  $\frac{dy}{dx}$  به ازاء  $\begin{bmatrix} x = \pi \\ y = 0 \end{bmatrix}$ ، کدام است؟

- (۱) -۲ (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۲

۶۰. در تابع  $f(3x^2 + 4x) = x + \sqrt{x+1}$ ،  $f'(0)$ ،  $f'(0)$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{3}{8}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴) ۱

۶۱. اگر  $f(x) = |x| - 1$  و  $g(x) = \sqrt{x}$  باشد، آنگاه دامنه  $\frac{g}{f}$  کدام است؟

- (۱)  $(0, +\infty)$  (۲)  $[0, +\infty)$  (۳)  $\{1\} - (0, +\infty)$  (۴)  $\{1\} - [0, +\infty)$

۶۲. معادله‌ی خط مماس بر منحنی  $y^3 + xy - 1 = 0$  در نقطه  $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  واقع بر آن کدام است؟

- (۱)  $Y = X$  (۲)  $Y = 3x + 1$  (۳)  $Y = \frac{1}{3}x + 1$  (۴)  $Y = -\frac{1}{3}x + 1$

۶۳. حاصل  $\int_{-1}^1 \sqrt{e^x} dx$ ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\sqrt{e} - \frac{1}{\sqrt{e}}$  (۳)  $2\left(\sqrt{e} - \frac{1}{\sqrt{e}}\right)$  (۴)  $2\left(\frac{1}{\sqrt{e}} - \sqrt{e}\right)$

۶۴. جواب‌های معادله‌ی  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2k & 1 \\ 1 & 0 & k \end{vmatrix}$ ، کدام است؟

- (۱) ۰ و -۱ (۲) ۱ و -۲ (۳) ۰ و ۱ (۴) ۰ و ۲

۶۵. در تابع  $f(x,y,z) = x^3 + 3y^2z - yzx$ ، حاصل  $x \frac{\delta f}{\delta x} + y \frac{\delta f}{\delta y} + z \frac{\delta f}{\delta z}$ ، کدام است؟

۳ (۲)

صفر (۱)

$$3x^3 - 9y^2z - 3yzx$$

$$x^2 - 2yz - yz$$

۶۶. سکه‌ی سالمی را ۵ بار پرتاب می‌کنیم احتمال ظاهر شدن دقیقاً ۲ بار پشت چقدر است؟

$$\frac{1}{32} \quad (۴)$$

$$\frac{5}{16} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{16} \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۱)$$

۶۷. اگر  $\text{var}(2y) = 1.8$ ،  $\text{var}(x) = 2$ ،  $\text{cov}(2x, 2y) = 1.2$  باشد در این صورت ضریب همبستگی میان X و Y

کدام است؟

$$۰.۶ \quad (۴)$$

$$۰.۳ \quad (۳)$$

$$۰.۲ \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۱)$$

۶۸. اگر  $P(A) = \frac{2}{3}$  و  $p(B') = \frac{2}{5}$  و  $P(A/B) = \frac{5}{9}$  باشد  $P(A \cup B)$ ، کدام است؟

$$\frac{14}{15} \quad (۴)$$

$$\frac{7}{15} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{15} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{5} \quad (۱)$$

۶۹. اگر  $A = ۰.۲۵۲۲۵۲۲۵۲...$  عدد  $\frac{7}{A}$  کدام است؟

$$۲۷/۸۵ \quad (۴)$$

$$۲۷/۷۵ \quad (۳)$$

$$۲۷/۶۵ \quad (۲)$$

$$۲۵/۲۷ \quad (۱)$$

۷۰. از تساوی  $9^{x+2} = 3^x \times 81^3$  مقدار x کدام است؟

$$۸ \quad (۴)$$

$$۷ \quad (۳)$$

$$۶ \quad (۲)$$

$$۵ \quad (۱)$$

۷۱. فاصله مبدأ مختصات از خط گذرنده بر دو نقطه (۳ و ۱) و (۰ و -۲) کدام است؟

$$۲ \quad (۴)$$

$$۱ \quad (۳)$$

$$2\sqrt{2} \quad (۲)$$

$$\sqrt{2} \quad (۱)$$

۷۲. حاصل  $\frac{(1-\sqrt{2})^2}{2+\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{49}{2}}$  کدام است؟

$$۷ \quad (۴)$$

$$۶ \quad (۳)$$

$$۵ \quad (۲)$$

$$۴ \quad (۱)$$

۷۳. مجموعه جواب نامعادله  $\frac{2-x}{2x-1} > x$  کدام است؟

$$\frac{1}{2} < x < 2 \quad (۲)$$

$$-1 < x < 2 \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2} < x < 1 \text{ یا } x < -1 \quad (۴)$$

$$-1 < x < \frac{1}{2} \text{ یا } x > 1 \quad (۳)$$

۷۴. اگر محورهای مختصات به موازات خود به نقطه وسط پاره واصل به دو نقطه (۴ و ۱) و (۰ و -۳) انتقال دهیم

مختصات جدید (۲ و ۴) A کدام است؟

$$(۴ و ۵) \quad (۴)$$

$$(۴ و ۳) \quad (۳)$$

$$(۲ و ۵) \quad (۲)$$

$$(۰ و ۳) \quad (۱)$$

۷۵. اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$  ماتریس  $(A+B)^2$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 12 & 5 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 12 & 7 \end{bmatrix}$

۷۶. اگر  $\log_4 \sqrt[2]{2} = x$  باشد  $\log_2(1-x)$  کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) تعریف نشده

۷۷. حاصل  $\sin x + \tan \frac{\pi}{3} \cos x$  برابر کدام است؟

(۱)  $\cos(60^\circ - x)$  (۲)  $\cos(60^\circ + x)$  (۳)  $2\sin(60^\circ - x)$  (۴)  $2\sin(60^\circ + x)$

۷۸. اگر  $\alpha(2,1) + \beta(3,5) = (1,-3)$  باشد، مقدار  $\alpha + \beta$  کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۷۹. از ۵ دانش آموز علوم تجربی و ۳ دانش آموز علوم انسانی ۲ نفر را جهت انجام مسابقه ای انتخاب کرده اند، با

کدام احتمال از هر گروه یک نفر انتخاب شده اند؟

(۱)  $\frac{2}{15}$  (۲)  $\frac{5}{14}$  (۳)  $\frac{15}{56}$  (۴)  $\frac{15}{28}$

۸۰. مساحت مثلثی به اضلاع ۲ و ۴ و  $3\sqrt{2}$  چند برابر مساحت مثلثی به اضلاع ۳ و  $\sqrt{2}$  و  $2\sqrt{2}$  می باشد؟

(۱)  $1/5$  (۲) ۲ (۳)  $2/25$  (۴) ۳

۸۱. در ۱۲۰ داده آماری بزرگترین و کوچکترین آنها ۲۵ و ۹۶ می باشند. اگر این داده ها در ۹ دسته، طبقه بندی

شوند، فاصله دسته ها کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۸۲. واریانس داده های آماری ۱۰ و ۱۵ و ۱۳ و ۱۲ و ۱۱ و ۱۱ کدام است؟

(۱)  $2/14$  (۲)  $2/33$  (۳)  $2/66$  (۴)  $2/72$

۸۳. اگر  $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$  و  $g(x) = \frac{1}{x}$  ضابطه تابع  $f(g(x))$  برابر کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{1+x^2}$  (۲)  $\frac{1+x^2}{x^2}$  (۳)  $1+x^2$  (۴)  $\frac{x}{1+x^2}$

۸۴. حاصل  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x+\sqrt{4-3x}}{4+x}$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{5}{8}$  (۲)  $-\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{5}{8}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

۸۵. به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} 2x+3; & x \geq 2 \\ ax-x^2; & x < 2 \end{cases}$  روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است؟

(۱)  $\frac{9}{2}$  (۲)  $\frac{11}{2}$  (۳) ۵ (۴) ۶

۸۶. در تابع  $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$  آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در نقطه  $x=2$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{2}{9}$  (۴)  $\frac{4}{9}$

۸۷. اندازه مشتق تابع  $y = \sin x \cos 2x$  به ازای  $x = \frac{\pi}{2}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{7}{4}$  (۲)  $-\frac{5}{4}$  (۳)  $-\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

۸۸. معادله خط مماس بر نمودار تابع  $y = x^2 - 2x$  در نقطه‌ی  $x=-1$  کدام است؟

- (۱)  $y - 2x + 5 = 0$  (۲)  $y + 4x + 1 = 0$   
(۳)  $y - 2x + 5 = 0$  (۴)  $y - 2x - 5 = 0$

۸۹. در مجموعه  $A = \{1, 2, \{2\}\}$  کدامیک از موارد زیر نادرست است؟

- (۱)  $2 \in A$  (۲)  $\{2\} \in A$  (۳)  $\{2\} \subset A$  (۴)  $2 \subset A$

۹۰. اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند، آن گاه  $A \cup (B - A)$  همواره برابر است با :

- (۱)  $A$  (۲)  $B$  (۳)  $\emptyset$  (۴)  $A \cup B$

۹۱. قرینه‌ی  $(-x^{-1})^{-1}$  کدام است؟

- (۱)  $x$  (۲)  $\frac{1}{x}$  (۳)  $-x$  (۴)  $-\frac{1}{x}$

۹۲. کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد ۲۴ و ۳۶ چند واحد از بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک آن‌ها بیشتر است؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۵۴ (۳) ۶۰ (۴) ۷۲

۹۳. در تساوی  $\frac{x-2}{11} = \overline{0/72}$  مقدار  $x$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۹۴. اگر  $A = x(x+2)$  و  $B = (x-2)$  باشد، حاصل  $A - B$  برابر است با :

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۹۵. سه جمله‌ای بخش‌پذیر بر  $(x+3)(x-1)$  با تغییر علامت «کدام جمله»ی آن بر  $(x-3)(x+1)$  بخش‌پذیر می‌گردد؟

- (۱)  $x^2$  (۲)  $x$  (۳) عدد ثابت (۴) هر سه جمله

۹۶. عبارت  $x^2 + x - 2x - 2$  بر کدام یک از عامل‌های زیر بخش‌پذیر است؟

- (۱)  $x+1$  (۲)  $x+2$  (۳)  $x^2+1$  (۴)  $x^2-2$

۹۷. حاصل عبارت  $\frac{a^2-b^2}{ab-b^2} - \frac{ab^2-b^2}{b^2}$  کدام است؟

- (۱)  $2b$  (۲)  $-2$  (۳)  $2$  (۴)  $2a - 2b$

۹۸. فاصله نقطه  $A \left| \frac{1}{2} \right|$  از خط  $3x + 4y - 5 = 0$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{6}{5}$  (۲)  $\frac{5}{6}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{7}{3}$

۹۹. معادله‌ی خطی که از نقطه (۳ و -۲) گذشته و با خط به معادله‌ی  $2y - 4x = 5$  موازی باشد، کدام است؟

- (۱)  $2y - x = 8$  (۲)  $2y = 2x + 5$  (۳)  $y = 2x + 7$  (۴)  $2y - 4x = 7$

۱۰۰. مقدار  $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$  برابر است با :

- (۱)  $\sqrt{2} - 1$  (۲)  $\sqrt{2} + 1$  (۳)  $\sqrt{2} - 8$  (۴)  $\sqrt{2} + 8$

۱۰۱. کسر  $\frac{3}{2\sqrt[6]{16}}$  برابر است با :

- (۱)  $\frac{3\sqrt[3]{4}}{16}$  (۲)  $\frac{3\sqrt[3]{2}}{4}$  (۳)  $\frac{2\sqrt[3]{2}}{3}$  (۴)  $\sqrt[6]{2}$

۱۰۲. اگر به ۳ برابر عددی ۴ واحد اضافه گردد و از نصف حاصل، همان عدد کم شود، باقی مانده ۵ می‌گردد. آن عدد کدام است؟

- (۱) ۱۹ (۲) ۱۴ (۳) ۸ (۴) ۶

۱۰۳. در کیسه‌ای ۲۵ سکه ۱۰۰ ریالی و ۲۵۰ ریالی به مبلغ ۴/۰۰۰ ریال موجود است، تعداد سکه‌های ۱۰۰ ریالی برابر است با :

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

۱۰۴. جواب نامعادله‌ی  $\frac{3x-2}{6} - \frac{x-2}{4} < 1$  عبارت است از :

- (۱)  $x < -\frac{10}{3}$  (۲)  $x > \frac{10}{3}$  (۳)  $x < \frac{10}{3}$  (۴)  $x > -\frac{10}{3}$

۱۰۵. توزیع تعداد فرزندان ۲۰ خانواده به قرار جدول زیر است. فراوانی تجمعی صعودی طبقه چهارم کدام است؟

حدود طبقات	۰-۱	۲-۳	۴-۵	۶-۷	۸-۹
فراوانی	۲	۸	۵	۳	۲

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۱۸

۱۰۶. در نمودار میله‌ای، طول میله‌ها بیانگر چیست؟

- (۱) متغیر تصادفی (۲) شاخص عددی متغیر تصادفی

۳) اهمیت متغیر تصادفی

۴) فراوانی نظیر متغیر تصادفی

۱۰۷. در توزیع زیر، میانه کدام است؟

	۳	۴	۶	۷
	۲	۳	۴	۶

۱)  $\frac{3}{5}$       ۲) ۴      ۳) ۵      ۴) ۶

۱۰۸. تابع  $f(x) = x^2 - 2x$  مفروض است. مقدار  $f(-2)$  کدام است؟

۱) ۴      ۲) ۳      ۳) -۲      ۴) ۱۰

۱۰۹. یکی از ریشه‌های معادله  $x^2 - 7x - 8 = 0$  کدام است؟

۱) ۱      ۲) ۸      ۳) -۸      ۴) ۱۴

۱۱۰. کدامیک از موارد زیر نادرست است؟

- ۱) هر مستطیل یک متوازی‌الاضلاع است.      ۲) هر لوزی یک متوازی‌الاضلاع است.  
 ۳) هر مربع یک لوزی است.      ۴) هر لوزی یک مربع است.

۱۱۱. جمله هفتم در یک تصاعد حسابی ۲۰ و جمله‌ی پانزدهم آن ۳۰ است، قدرنسبت کدام است؟

۱)  $\frac{3}{5}$       ۲)  $\frac{4}{5}$       ۳)  $\frac{5}{4}$       ۴)  $\frac{5}{3}$

۱۱۲. جمله پنجم در تصاعد هندسی ... و ۹ و -۶ و ۴ کدام است؟

۱)  $-\frac{71}{4}$       ۲)  $-\frac{51}{4}$       ۳)  $\frac{81}{4}$       ۴)  $\frac{61}{4}$

۱۱۳. جواب معادله‌ی  $\log x + \log 2x + \log 3x = \log 4x$  کدام است؟

۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴

۱۱۴. اگر تابع درآمد کل  $TR = (6)x$  و تابع هزینه‌ی کل  $TC = 16(3)x$  باشد، نقطه‌ی سر به سر کدام است؟

۱) ۵      ۲) ۶      ۳) ۴      ۴) ۳

۱۱۵. طول نقطه‌ی ماکزیمم تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = x^2 - 3x$  کدام است؟

۱) -۲      ۲) -۱      ۳) ۱      ۴) ۲

۱۱۶. اگر داشته باشیم  $z = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + \ln \frac{x}{y}$  مقدار  $XZ'_x + YZ'_y$  کدام است؟

۱) صفر      ۲)  $z$       ۳)  $\frac{1}{z}$       ۴)  $z^{-2}$

۱۱۷. در تابع دو متغیری  $Z = \frac{2x+y-1}{x+2y}$ ، مجموع طول و عرض نقطه‌ی اکسترمم آن کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳) ۳ (۴)  $\frac{1}{3}$

۱۱۸. اگر مینیمم تابع  $Z = X^2 + Y^2$  با توجه به قید  $X + 2Y = 5$  را با استفاده از روش ضریب لاگرانژ تعیین

کنیم، مقدار  $\lambda$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۹. مقدار انتگرال  $I = \int_1^2 \frac{2\ln x}{x} dx$  برابر کدام است؟

- (۱)  $2\ln 2$  (۲)  $(\ln 2)^2$  (۳)  $\ln 4$  (۴)  $\frac{1}{2} \ln 2$

۱۲۰. اگر  $I(x) = \int e^{\sqrt{x}} dx$  باشد، آنگاه  $I'(1) - I'(0)$  برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $2(e-1)$  (۳)  $e-1$  (۴) ۲

۱۲۱. اگر  $N=10$  و  $\sum_{i=1}^{10} X_i = 60$  و  $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 400$  ضریب پراکندگی چقدر است؟

- (۱)  $0.33$  (۲)  $0.4$  (۳)  $0.66$  (۴)  $0.7$

۱۲۲. چنانچه در یک توزیع دو جمله‌ای  $n = 5$ ،  $P = \frac{1}{4}$  (احتمال موفقیت) باشد، احتمال ۳ موفقیت برابر است با:

- (۱)  $0.879$  (۲)  $0.884$  (۳)  $0.884$  (۴)  $0.879$

۱۲۳. یک توزیع احتمال دارای چگالی  $f(x)=1$  است. اگر چه پایین توزیع  $3/4$  باشد، میانه‌ی توزیع چقدر است؟

- (۱)  $3/7$  (۲)  $3/9$  (۳) ۴ (۴)  $6/8$

۱۲۴. اگر ادعایی شود که «میانگین جامعه‌ی آماری بیش از ۱۰ است» فرضیه‌ی صفر آن کدام است؟

- $H_0: \mu x < 10$  (۱)  $H_0: \mu x = 10$  (۲)  $H_0: \mu x \leq 10$  (۳)  $H_0: \mu x \geq 10$  (۴)

۱۲۵. اگر مقدار کوواریانس  $X$  و  $Y$  مساوی ۵ و  $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = 25$  باشد، مقدار ضریب همبستگی کدام است؟

- (۱)  $0.08$  (۲)  $0.4$  (۳)  $0.20$  (۴) ۱

۱۲۶. در ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$  مجموع مقادیر ویژه (خاص) کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۷

۱۲۷. اگر  $Z = U^2 + V^2 - 2UV$  و  $U = r \cos \theta$  و  $V = r \sin \theta$  باشد منظور  $\frac{\partial Z}{\partial r}$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $(2U - 2V) \cos \theta$

- (۳)  $2r - 4r \sin \theta \cos \theta$  (۴)  $(2U - 2V) \sin \theta$



۱۲۸. اگر داشته باشیم  $n(A) = 10$  و  $n(B) = 15$  و  $n(A \cup B) = 19$  باشد،  $n(A \cap B)$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۲۵ (۴) ۲۹

۱۲۹. اگر  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{a}{n})^{2n} = e^{\frac{3}{2}}$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۲ (۴) ۳

۱۳۰. در یک حساب سپرده‌ی بانکی، سود در پایان هر ماه بر سرمایه اضافه می‌شود. با نرخ سود ۱۲٪، پس از ۳ سال سرمایه چند برابر می‌شود؟

- (۱)  $(1/012)^{36}$  (۲)  $(1/01)^{36}$  (۳)  $(1/12)^{36}$  (۴)  $(1/03)^{36}$

۱۳۱. به ازای کدام مقدار  $k$  دستگاه معادلات  $\begin{cases} X + 2Y + KZ = 0 \\ X - Y + Z = 0 \\ 2X + Y - Z = 0 \end{cases}$  جواب‌های غیر صفر دارد؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۳۲. به طور متوسط هر ده دقیقه یک مشتری وارد بانک می‌شود، احتمال اینکه در ۲۰ دقیقه ۲ مشتری وارد شود چقدر است؟

- (۱)  $3e^{-3}$  (۲)  $2e^{-2}$  (۳)  $4e^{-2}$  (۴)  $8e^{-1}$

۱۳۳. حاصل  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sqrt[n]{\frac{(2n+1)!}{n!}}$  کدام است؟

- (۱)  $\ln 2 - 1$  (۲)  $\ln 4 - 1$  (۳)  $\ln 2 + 1$  (۴)  $\ln 4 + 1$

۱۳۴. از میان مثلث‌هایی که مجموع طول قاعده و ارتفاع وارد بر آن ۱۶ سانتی‌متر است مثلی را انتخاب کرده‌ایم که مساحت آن ماکزیمم است. مساحت این مثلث چند سانتی‌متر مربع است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۴ (۳) ۳۳ (۴) ۳۲

۱۳۵. نقطه  $A$  روی منحنی  $y = \frac{2}{x}$  حرکت می‌کند. کمترین فاصله  $A$  تا مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\sqrt{2}$  (۳) ۱ (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۳۶. مساحت بزرگ‌ترین مستطیلی که داخل یک دایره به شعاع ۲cm قرار می‌گیرد کدام است؟

- (۱)  $6cm^2$  (۲)  $8cm^2$  (۳)  $10cm^2$  (۴)  $12cm^2$

۱۳۷. در مورد تابع  $y = x^4 + 3x^2 + 1$  کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) یک مینیمم و یک ماکزیمم دارد (۲) فقط یک ماکزیمم نسبی دارد  
(۳) فقط یک مینیمم نسبی دارد (۴) یک نقطه عطف دارد

۱۳۸. از رابطه  $12^x \times 32^y \times 9 = 6^5$  کدام گزینه صحیح است؟

- (۱)  $-\frac{2}{5}$  (۲)  $-\frac{1}{5}$  (۳)  $\frac{1}{5}$  (۴)  $\frac{2}{5}$

۱۳۹. باقیمانده تقسیم  $16x^4 - 8x^3 + 4x^2 + 5$  بر  $2x - 1$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۴۰. در تجزیه عبارت  $x^2 - 5xy - 6y^2$  کدام عامل وجود دارد؟

- (۱)  $x - 6y$  (۲)  $x - y$  (۳)  $x - 2y$  (۴)  $x - 3y$

۱۴۱. کدام جمله بر عبارت  $4x^2 - 11x + 9$  افزوده شود تا حاصل به صورت مربع کامل دو جمله‌ای گردد؟

- (۱)  $-3x$  (۲)  $-x$  (۳)  $3x$  (۴)  $5x$

۱۴۲. گویا شده عبارت  $\frac{\sqrt{8}}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \sqrt{3} - 1$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۱ (۳)  $\sqrt{2}$  (۴) ۲

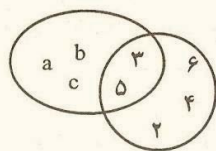
۱۴۳. به ازای کدام مقدار  $m$  نقطه  $A(2, m-1)$  بر روی خط به معادله  $3x - 4y = 10$  قرار دارد؟

- (۱) -۱ (۲) ۰ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۴۴. خط به معادله  $3x + 5y + 8 = 0$  از کدام ناحیه محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

- (۱) چهارم (۲) سوم (۳) دوم (۴) اول

۱۴۵. با توجه به نمودار ون مجموعه  $(A \cap B') \cup (B \cap A')$  چند عضو دارد؟



- (۱) ۳

- (۲) ۴

- (۳) ۵

- (۴) ۶

۱۴۶. محیط مستطیلی ۵۰ واحد است. اگر طول مستطیل ۱ واحد از عرض مستطیل بیشتر باشد، مساحت مستطیل

چقدر است؟

- (۱) ۱۳۲ (۲) ۱۳۶ (۳) ۱۴۴ (۴) ۱۵۶

۱۴۷. جذر یک عددی تا دو رقم اعشار برابر  $\frac{3}{42}$  و باقیمانده جذر  $\frac{0}{136}$  می‌باشد، آن عدد کدام است؟

- (۱)  $11/69$  (۲)  $11/70$  (۳)  $11/71$  (۴)  $11/72$

۱۴۸. قرینه عدد  $(-2\frac{2}{3})$  از عدد  $(-\frac{1}{3})$  چقدر بیشتر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳)  $\frac{5}{3}$  (۴)  $\frac{7}{3}$

۱۴۹. حاصل  $\frac{(3)^7 \times (0/4)^7}{(1/2)^5}$  برابر کدام است؟

- ۱/۰۸ (۱)      ۱/۴۴ (۲)      ۲/۵۶ (۳)      ۲/۸۸ (۴)

۱۵۰. از دستگاه معادلات  $\begin{cases} 2x - 3y = 16 \\ 3x + y = 13 \end{cases}$  مقدار  $x$  کدام است؟

- ۴ (۱)      ۵ (۲)      ۶ (۳)      ۷ (۴)

۱۵۱. محصول گندم کشاورزی در ۶ سال گذشته بر حسب تن برابر ۱۰۷/۵ و ۱۰۵ و ۹۲ و ۸۲/۵ و ۸۴/۹۶ میانگین

محصول گندم در شش سال گذشته کدام است؟

- ۹۴ (۱)      ۹۴/۲۵ (۲)      ۹۴/۵ (۳)      ۹۴/۷۵ (۴)

۱۵۲. در دو مثلث متساوی الساقین کدام جزء از هر دو مثلث اگر برابر باشند، آنگاه دو مثلث متشابه‌اند؟

- (۱) دو زاویه رأس      (۲) دو زاویه دلخواه      (۳) دو قاعده      (۴) دو ساق

۱۵۳. حاصل عبارت  $4a^2 - 12a + 5$  به ازای  $a = -\frac{3}{2}$  چقدر است؟

- ۲۸ (۱)      ۳۰ (۲)      ۳۲ (۳)      ۳۶ (۴)

۱۵۴. از ۴ عدد زیر، کدام عدد اول است؟

- ۷۷ (۱)      ۸۷ (۲)      ۹۷ (۳)      ۹۱ (۴)

۱۵۵. قرینه عدد  $\left(-\frac{5}{6} + \frac{3}{4}\right) \div \left(\frac{21}{18}\right)$  کدام است؟

- ۱۴ (۱)      -۷ (۲)      ۷ (۳)      ۱۴ (۴)

۱۵۶. اندازه قطرهای یک لوزی ۱۶ و ۳۰ واحد است، ضلع لوزی چقدر است؟

- ۱۷ (۱)      ۱۸ (۲)      ۱۹ (۳)      ۲۱ (۴)

۱۵۷. در یک مستطیل به طول ۱۲ و عرض ۵ واحد وسط اضلاع متوالی را به هم وصل می‌کنیم. مساحت

متوازی‌الاضلاع حاصل چند واحد مربع است؟

- ۲۷/۵ (۱)      ۳۰ (۲)      ۳۲/۵ (۳)      ۴۵ (۴)

۱۵۸. اگر  $i = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  و  $j = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  آنگاه مختصات بردار  $3(i - 2j) - 2(2i + j)$  کدام است؟

- $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$  (۱)       $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$  (۲)       $\begin{bmatrix} 1 \\ -8 \end{bmatrix}$  (۳)       $\begin{bmatrix} -1 \\ -8 \end{bmatrix}$  (۴)

۱۵۹. از بین ۸ نفر قبول شدگان المپیاد، ۳ نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم. تعداد عضوهای پیشامد A که در آن فرد

مورد نظر در بین آنها باشد، کدام است؟

- ۸ (۱)      ۲۴ (۲)      ۲۱ (۳)      ۱۴ (۴)

۱۶۰. احتمال وقوع پیشامد A برابر  $\frac{1}{4}$  و احتمال وقوع پیشامد AUB برابر  $\frac{1}{3}$  و  $A \subset B$  است. احتمال وقوع پیشامد B کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{12}$  (۴)  $\frac{7}{12}$

۱۶۱. از نوعی بذر ۸۰ درصد آن‌ها جوانه می‌زند. اگر سه بذر از این نوع کاشته شود، با کدام احتمال لااقل دو بذر جوانه می‌زند؟

- (۱) ۰/۵۱۲ (۲) ۰/۷۸۳ (۳) ۰/۸۶۴ (۴) ۰/۸۹۶

۱۶۲. تابع  $f(x) = x^2 - 3|x|$  چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۶۳. حاصل  $\int \frac{(2x\sqrt{x} + \sqrt{x})^4}{x^2} dx$  برابر است با :

- (۱)  $\frac{(2x+1)^5}{5} + c$  (۲)  $\frac{(2x+1)^5}{10} + c$  (۳)  $\frac{2(2x+1)^5}{5} + c$  (۴)  $4 \frac{(2x+1)^5}{5} + c$

۱۶۴. جواب مشترک نامعادلات  $\frac{2}{3}x \geq 1 - \frac{2}{3}$  و  $\frac{1}{2} - 2x \leq x - 1$  کدام است؟

- (۱)  $|x| < \frac{1}{2}$  (۲)  $x < \frac{1}{2}$  (۳)  $x > \frac{1}{2}$  (۴)  $x = \frac{1}{2}$

۱۶۵. به ازای کدام مقدار m معادله  $mx^2 - 6x + m - 2 = 0$  ریشه مضاعف دارد؟

- (۱)  $2 \pm \sqrt{10}$  (۲)  $2 \pm \sqrt{8}$  (۳)  $1 \pm \sqrt{10}$  (۴)  $1 \pm \sqrt{8}$

۱۶۶. اگر A مجموعه با پایان و B مجموعه بی‌پایان باشد. مجموعه A - B چگونه است؟

- (۱) با پایان (۲) بی‌پایان (۳) تهی (۴) غیرقابل تعریف

۱۶۷. اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$  و I ماتریس واحد از مرتبه دو باشند. ماتریس  $(A - I) \cdot (A + I)$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} -2 & 25 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} -2 & 25 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} -2 & 25 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 2 & 25 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$

۱۶۸. جواب کلی معادله  $2\cos x + \sqrt{3} = 0$  به کدام صورت است؟

- (۱)  $2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$  (۲)  $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$  (۳)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$  (۴)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

۱۶۹. اگر  $\log x + \log y = 1$  و  $4^{x-y} = 64$  عدد x کدام است؟

- (۱) ۷/۵ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴/۵

۱۷۰. اگر  $a = i - 2j$  و  $b = 3i + j$ ، طول بردار مکان  $\overrightarrow{OA} = 2a - b$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{15}$  (۲)  $\sqrt{17}$  (۳)  $\sqrt{20}$  (۴)  $\sqrt{26}$

۱۷۱. از رابطه  $C(n, n-2) = 120$  عدد  $n$  کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۶ (۳) ۱۵ (۴) ۱۲

۱۷۲. در یک تصاعد حسابی جمله اول ۳- و مجموع ۱۳ جمله اول آن صفر است. قدر نسبت تصاعد آن کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۱

۱۷۳. بین دو عدد ۱۶ و ۸۱ سه واسطه هندسی درج شده است. مجموع این سه عدد کدام است؟

- (۱) ۱۱۲ (۲) ۱۱۴ (۳) ۱۱۶ (۴) ۱۱۸

۱۷۴. عبارت  $\tan(\pi + \alpha) + \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$  برابر کدام است؟

- (۱)  $2 \tan \alpha$  (۲)  $2 \cos \alpha$  (۳)  $\cos \alpha$  (۴)  $\tan \alpha$

۱۷۵. ساده شده عبارت  $\left(4x + \frac{1}{x-1}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2x-1}\right)$  کدام است؟

- (۱)  $2x-1$  (۲)  $2x+1$  (۳)  $4x-2$  (۴)  $2x-2$

۱۷۶. در تجزیه عبارت  $(a^2 - c^2 + b^2 - 2ab)$  کدام عامل وجود دارد؟

- (۱)  $a + b + c$  (۲)  $a + c - b$  (۳)  $a - c + b$  (۴)  $c - a - b$

۱۷۷. خط به معادله  $y = 2x - 8$  محورهای مختصات را در A و B قطع می‌کند، فاصله وسط AB از مبدأ مختصات

کدام است؟

- (۱)  $\frac{2\sqrt{5}}{3}$  (۲)  $\frac{5\sqrt{2}}{3}$  (۳)  $\frac{3\sqrt{5}}{2}$  (۴)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

۱۷۸. حاصل عبارت  $(\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(\sqrt{8} + \sqrt{3}) + \sqrt{54}$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳)  $\sqrt{3}$  (۴)  $\sqrt{6}$

۱۷۹. کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

(۱) به ازای بعضی از اعداد گویای ناصفر  $a$ ، عدد  $a\sqrt{2}$ ، گویا است.

(۲) به ازای هر عدد گنگ  $a$ ،  $(a + \sqrt{2})^2$  عددی گنگ است.

(۳) به ازای هر عدد گویای  $a$ ، عدد  $(a + \sqrt{2})^{-1}$  عددی گنگ است.

(۴) به ازای هر عدد گنگ  $a$ ،  $(a + \sqrt{2})$  عددی گنگ است.

۱۸۰. معادله  $x^2 - 6 = 5|x|$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۸۱. تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & |x| \leq 2 \\ 4x - 1 & |x| > 2 \end{cases}$  در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۸۲. اگر  $\alpha + \beta = \frac{5\pi}{4}$  آنگاه حاصل عبارت  $(1 + \tan \alpha)(1 + \tan \beta)$  برابر کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۸۳. اگر میانگین قیمت کالایی در بازار ۲۰۰۰ ریال باشد و در یک حراجی کالا را ۱۰٪ ارزان تر بفروشند. متوسط قیمت این کالا در حراجی چند ریال خواهد بود؟

- (۱) ۱۸۰۰ (۲) ۱۸۲۰ (۳) ۱۹۰۰ (۴) ۱۹۲۰

۱۸۴. چند زوج عدد طبیعی هست که بزرگترین شماره آنها ۴ و کوچکترین مضرب مشترکشان ۴۰ باشد؟

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۸۵. مقدار  $2\sin 0^\circ \cdot \sin 40^\circ + \cos 6170^\circ$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۱۸۶. به ازای کدام مقدار  $m$  عبارت  $x^2 - \frac{m}{2}x + 28$  مربع کامل است؟

- (۱)  $\sqrt{7}$  (۲) ۲۸ (۳)  $4\sqrt{7}$  (۴)  $8\sqrt{7}$

۱۸۷. اگر  $x$  و  $y$  دو متغیر تصافی و  $spxy = 6$  و  $sxx = 5$  و  $\bar{x} = 2$  و  $\bar{y} = 5$  معادله خط رگرسیون کدام است؟

- (۱)  $y = 2x - 1$  (۲)  $y = 2x + 1$  (۳)  $y = x - 5$  (۴)  $y = x + 5$

۱۸۸. معادله صفحه‌ای که عمود بر خط  $x - 1 = 2y = z + 1$  بوده و از نقطه  $(1, 1, 1)$  می‌گذرد، کدام است؟

- (۱)  $x + 2y + z = -4$  (۲)  $2x + y + 2z = -5$  (۳)  $x + 2y + z = 4$  (۴)  $2x + y + 2z = 5$

۱۸۹. اگر  $\binom{n}{2} - \binom{n}{6} = 36$  چقدر است؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۸۴ (۳) ۹۶ (۴) ۱۰۸

۱۹۰. باقیمانده تقسیم عدد  $2^{500}$  بر ۱۳ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۱۹۱. در یک کلاس با ۵۰ دانش آموز، ۳۰ نفر در درس ریاضی و ۳۵ نفر در درس فیزیک قبول شده‌اند، اگر ۱۰ نفر در هر دو درس مردود شده باشند، چند نفر در هر درس قبول شده‌اند؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴) ۳۰

۱۹۲. ارتفاع هرم مربع القاعده منتظمی ۷ و یک ضلع قاعده‌اش ۸ سانتی متر است، یال هرم چند سانتی متر است؟

- (۱) ۹ (۲)  $\frac{9}{5}$  (۳) ۸ (۴)  $\frac{8}{5}$

۱۹۳. برای یک جلد کتاب با ۳۰٪ تخفیف مبلغ ۱۴۰۰ ریال و یک کیف با ۲۰٪ تخفیف مبلغ ۸۰۰۰ ریال پرداخت کرده‌ایم، روی هم چند ریال تخفیف گرفته‌ایم؟

- (۱) ۲۶۰۰ (۲) ۲۰۲۰ (۳) ۲۰۰۰ (۴) ۹۴۰

۱۹۴. اگر  $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه  $X + Y$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۹۵. نمودار معادله  $|x| + |y| = 1$  کدام است؟

- (۱) یک دایره (۲) یک مربع  
(۳) یک پاره خط واقع بر نیمساز ربع اول (۴) هیچکدام

۱۹۶. تعداد باکتری‌ها در یک نوع کشت، در دقیقه  $t$ ، از رابطه  $f(t) = 1000e^{0.40t}$  به دست می‌آید. بعد از چند دقیقه، ۱۰۰۰۰ باکتری خواهیم داشت؟

- (۱)  $50 \ln 10$  (۲)  $25 \ln 10$  (۳)  $25 \ln 2$  (۴)  $50 \ln 5$

۱۹۷. اگر  $f(t) = \sqrt{x - x^2}$  باشد،  $f'\left(\frac{1}{2}\right)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۰ (۳)  $-\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۱۹۸. خروج از مرکز بیضی  $x^2 + 4y^2 = 8$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۹۹. دامنه تابع  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-|x|}}$  کدام یک از موارد زیر می‌باشد؟

- (۱)  $R - \{0\}$  (۲)  $R^+$  (۳)  $R - N$  (۴)  $\emptyset$

۲۰۰. تابع  $y = 2 - e^{-5x}$  در کدام فاصله، صعودی است؟

- (۱) به ازای همه مقادیر  $R$  صعودی است (۲)  $x > -2$   
(۳)  $x > 0$  (۴)  $x > 2$

۲۰۱. تمام خط‌های عمود بر منحنی  $x^2 + y^2 + 4y = 5$  از یک نقطه ثابت عبور می‌کنند مختصات نقطه کدام است؟

- (۱)  $(0, -2)$  (۲)  $(1, 2)$  (۳)  $(0, 2)$  (۴)  $(1, -2)$

۲۰۲. به ازای چه مقداری از  $m$ ، خط  $y = 4x$  بر منحنی  $y = \frac{2mx-1}{x}$  مماس می‌باشد؟

- (۱)  $\pm 4$  (۲)  $\pm 2$  (۳)  $\pm 1$  (۴)  $\pm \frac{1}{2}$

۲۰۳. اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)}{(2x^2+ax+b)}$  باشد، آنگاه  $2a + b$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) -۶

۲۰۴. کدام یک از توابع زیر، نسبت به مبدأ متقارن نمی‌باشد؟

- (۱)  $xy = 1$  (۲)  $y = (x - 1)^3$  (۳)  $y = \sin x$  (۴)  $y = x^3$

۲۰۵. حاصل انتگرال  $\int \frac{x^2}{x^2+1} dx$  برابر است با:

- (۱)  $x - \arctan(x) + c$  (۲)  $x + 2\arctan(x) + c$   
(۳)  $\tan(x) - x + c$  (۴)  $x - \tan(x) + c$

۲۰۶. حاصل انتگرال  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \Psi(x) - \cos(x) dx$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲)  $\sqrt{2} - 2$  (۳) ۲ (۴)  $2 - \sqrt{2}$

۲۰۷. با حروف کلمه «بانک سپه» چند کلمه ۴ حرفی (بدون توجه به معنی کلمه ساخته شده) می‌توان ساخت؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۲۸۰ (۳) ۲۱۰ (۴) ۷۰

۲۰۸. میانگین ۱۰ عدد، ۱۵ می‌باشد. اگر به هر عدد ۴ واحد اضافه کنیم و حاصل را در ۲ ضرب کنیم، آنگاه میانگین کدام است؟

- (۱) ۳۸ (۲) ۳۶ (۳) ۳۴ (۴) ۲۸

۲۰۹. در سری داده‌های روبه‌رو، میانه کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۲۱۰. چرا از دامنه تغییرات، به عنوان مقیاس پراکندگی استفاده نمی‌شود؟

- (۱) مقدار آن اغلب بزرگ است.  
(۲) با کاهش داده‌ها، مقدار آن کم می‌شود.  
(۳) با افزایش داده‌ها، مقدار آن کم می‌شود.  
(۴) در محاسبه آن فقط از بزرگترین و کوچکترین داده استفاده می‌شود.

۲۱۱. در جدول توزیع مقابل، میانگین حسابی کدام است؟

$L_i - \bar{U}_i$	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40
$f_i$	5	20	۵	20

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۳ (۳) ۲۵ (۴) ۳۲



۲۱۲. اگر از کیسه‌ای که شامل ۲۰ مهره سفید و ۳۰ مهره سیاه است، دو مهره به تصادف و با جایگذاری انتخاب کنیم، احتمال این که یک مهره سیاه و یک مهره سفید باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{6}{25}$  (۲)  $\frac{11}{25}$  (۳)  $\frac{19}{25}$  (۴)  $\frac{12}{25}$

۲۱۳. تولیدات دو کارگاه A و B کارخانه‌ای بر حسب کیفیت کالا، مرغوب و نامرغوب، مطابق جدول زیر است. محصولی را به تصادف از این کارخانه انتخاب می‌کنیم اگر بدانیم محصول تولیدی دارای کیفیت مرغوب است، احتمال این که در کارگاه B تولید شده باشد، چقدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{5}$  (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{3}{5}$  (۴)  $\frac{4}{5}$

	A	B
مرغوب	۰/۳	۰/۲
نامرغوب	۰/۲	۰/۳

۲۱۴. دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{x - |x|}$  کدام است؟

- (۱)  $\{0\}$  (۲)  $(-\infty, 0]$  (۳)  $[0, +\infty)$  (۴)  $(-\infty, +\infty)$

۲۱۵. مقدار  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{4 - x^2}$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴) -۸

۲۱۶. اگر  $f(x) = |x|$  و  $g(x) = -|x|$  باشد، آنگاه  $\text{fog}(x)$  کدام یک از موارد زیر است؟

- (۱)  $f(x)$  (۲)  $g(x)$  (۳)  $x^2$  (۴) صفر

۲۱۷. اگر  $y = x + 1$  باشد، آنگاه برد آن کدام است؟

- (۱)  $Z$  (۲)  $R$  (۳)  $R - \{1\}$  (۴) ضابطه فوق، تابع نیست.

۲۱۸. مشتق  $y = \sin(\sqrt{x})$  کدام است؟

- (۱)  $\cos(\sqrt{x})$  (۲)  $\frac{-1}{2\sqrt{x}} \cos(\sqrt{x})$  (۳)  $\frac{1}{2\sqrt{x}} \sin(\sqrt{x})$  (۴)  $\frac{1}{2\sqrt{x}} \cos(\sqrt{x})$

۲۱۹. اگر اشتراک متمم دو مجموعه A و B تهی باشد، آنگاه کدام یک از موارد زیر، همواره درست است؟

- (۱) مجموعه A تهی است. (۲) مجموعه B تهی است.  
(۳) مجموعه A و B تهی است (۴) اجتماع A و B مجموعه مرجع می‌باشد.

۲۲۰. دستگاه همگن  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  به ازای چه مقادیری از k، بی‌نهایت جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۲۱. برای رسم نمودار چند ضلعی، به ترتیب مقادیر مربوط به کدام یک از موارد زیر را روی محور  $x$  ها و  $y$  ها قرار می‌دهیم؟

- (۱) حدود طبقات، فراوانی مطلق  
(۲) حدود طبقات، فراوانی تجمعی  
(۳) نماینده طبقات، فراوانی مطلق  
(۴) نماینده طبقات، حدود طبقات

۲۲۲. اگر در یک سری داده آماری، مقدار میانه برابر ۵۰ و نما (مُد) برابر ۴۰ باشد، مقدار تقریبی میانگین این داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۵۵ (۳) ۵۰ (۴) ۳۵

۲۲۳. از میان ۵ مرد و ۵ زن متقاضی کار برای استخدام در یک بانک، به چند طریق می‌توان گروهی شامل ۳ مرد و ۲ زن را انتخاب کرد؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۶۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۲۵۲

۲۲۴. چند عدد سه رقمی (بدون تکرار ارقام) از ارقام ۹، ۷، ۶، ۴ و ۲ می‌توان استخراج نمود؟

- (۱) ۱۲۵ (۲) ۱۲۰ (۳) ۷۵ (۴) ۶۰

۲۲۵. اگر  $P(A) = \frac{3}{4}$  و  $P(B) = \frac{3}{4}$  باشد، کدام صحیح است؟

- (۱)  $P(A \cup B) < \frac{3}{4}$  (۲)  $P(A \cup B) \leq \frac{3}{4}$  (۳)  $P(A \cup B) > \frac{3}{4}$  (۴)  $P(A \cup B) \geq \frac{3}{4}$

۲۲۶. در یک بانک، میانگین حقوق ماهیانه کارکنان مرد ۱۲۰/۰۰۰ تومان، کارکنان زن ۷۰/۰۰۰ و کلیه کارکنان ۱۰۰/۰۰۰ می‌باشد چند درصد کارکنان زن هستند؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۴۰ (۳) ۳۰ (۴) ۲۵

۲۲۷. اگر میانگین ۲۰ عدد، ۱۵ و انحراف معیار آنها ۳ باشد و به هر عدد ۴ واحد اضافه کنیم و حاصل را در ۳ ضرب کنیم، واریانس برابر چند خواهد بود؟

- (۱) ۹ (۲) ۶۰ (۳) ۸۱ (۴) ۲۷

۲۲۸. کارخانه‌ای دارای دو محصول  $A$  و  $B$  می‌باشد.  $\frac{1}{4}$  تولیدات این کارخانه از نوع  $A$  است. احتمال این که ۳

محصول از ۴ محصول این کارخانه که به تصادف انتخاب شده‌اند، از نوع  $B$  باشد چقدر است؟

- (۱)  $\frac{36}{64}$  (۲)  $\frac{27}{64}$  (۳)  $\frac{12}{64}$  (۴)  $\frac{9}{64}$

۲۲۹. حاصل عبارت  $(A - B) \cup (B - A) \cap (A \cap B) \cap (B \cup A)$  کدام است؟

- (۱)  $B$  (۲)  $B - A$  (۳)  $A - B$  (۴)  $AB$

۲۳۰. اگر  $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, (|x| - 1)(|x| - 2) = 0\}$  باشد، آنگاه  $P(a)$  (مجموعه توانی  $A$ ) چند عضو دارد؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) ۲

۲۳۱. اگر ماتریس  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  باشد، مقدار دترمینان  $2A$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۱۶

۲۳۲. اگر  $f(x) = x^2(x^4 + 1)(x^6 + 1)(x^8 + 1)$  باشد، آنگاه  $f''(0)$  کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۸ (۳) ۲ (۴) ۱

۲۳۳. مشتق تابع  $y = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k$  در نقطه  $x=0$  برابر است با:

- (۱) صفر (۲)  $n!$  (۳)  $n$  (۴)  $\frac{n(n+1)}{2}$

۲۳۴. دیفرانسیل کامل  $Z = x^2 - xy + y^2$  وقتی  $x$  از ۲ به  $\frac{2}{3}$  و  $y$  از ۱ به  $\frac{1}{2}$  تغییر کند، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $-\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{1}{3}$

۲۳۵. درجه همگنی تابع  $Z = \frac{x+y}{xy+y^2}$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) بستگی به مقادیر  $x$  و  $y$  دارد

۲۳۶. هرگاه  $\int_a^b f(x)dx = c$  باشد، آنگاه مقدار  $\int_{\frac{1}{b}}^{\frac{1}{a}} \frac{1}{x^2} f\left(\frac{1}{x}\right)dx$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{c}{b-a}$  (۲)  $\frac{c}{2}$  (۳)  $\frac{b-a}{c}$  (۴)  $c$

۲۳۷. در نمودار دایره‌ای ۶۰ داده آماری، کمانی به اندازه ۳۰ درجه به یک طبقه تعلق دارد. فراوانی مطلق آن طبقه کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۵

۲۳۸. دستگاه  $A$  در اندازه‌گیری مکرر از شیء واحدی، دارای واریانس  $\sigma^2 = 9$  بوده و دستگاه  $B$  در اندازه‌گیری

مکرر از همان شیء دارای واریانس  $\sigma^2 = 25$  است. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- (۱) دستگاه  $A$  دقیق‌تر است.  
 (۲) دستگاه  $B$  دقیق‌تر است.  
 (۳) دستگاه  $A$  اندازه‌گیری‌های بزرگ‌تری از دستگاه  $B$  بدست می‌دهد.  
 (۴) دستگاه  $B$  اندازه‌گیری‌های بزرگ‌تری از دستگاه  $A$  بدست می‌دهد.

۲۳۹. از بین ۱۲ نفر دانشجو، چند گروه حداقل ۱۰ نفره می‌توان تشکیل داد؟

- (۱) ۵۳ (۲) ۷۹ (۳) ۸۰ (۴) ۱۲۰

۲۴۰. اگر A و B دو پیشامد تصادفی بوده و  $P(\bar{A}) = 0/2$ ،  $P(B) = 0/5$  و  $P(A \cap \bar{B}) = 0/4$  باشد،

آنگاه مقدار احتمال شرطی  $P(B|A \cap \bar{B})$  برابر کدام یک از گزینه‌های زیر خواهد بود؟

- (۱)  $\frac{5}{9}$  (۲)  $\frac{4}{9}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

۲۴۱. فرض کنید نسبت مراجعه‌کنندگان مرد و زن به یک بانک با هم برابر باشند. اگر ۶ درصد مردان و ۴ درصد

زنان برای دریافت حقوق ماهیانه خود به این بانک مراجعه می‌کنند. احتمال اینکه یک مراجعه‌کننده برای

دریافت حقوق خود به بانک مراجعه کند، چقدر است؟

- (۱) ۰/۰۶ (۲) ۰/۰۵ (۳) ۰/۰۴ (۴) ۰/۰۳

۲۴۲. سود یک فروشنده چتر در روزهای بارانی ۱۵۰/۰۰۰ ریال و زیان وی در روزهای آفتابی ۴۰/۰۰۰ ریال

می‌باشد. اگر احتمال ریزش ۳۰ درصد باشد، به طور متوسط، سود مورد انتظار چند ریال است؟

- (۱) ۳۶/۵۰۰ (۲) ۳۲/۰۰۰ (۳) ۱۶/۵۰۰ (۴) ۱۷/۰۰۰

۲۴۳. تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X در دامنه  $[1, 2]$  به صورت  $f_X(x) = kx^{-2}$  تعریف شده است. مقدار

k چقدر است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)  $\frac{1}{2}$

۲۴۴. حاصل  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \sqrt[n]{e} + \sqrt[n]{e^2} + \dots + \sqrt[n]{e^{n-1}}}{n}$  برابر است با:

- (۱)  $e + 1$  (۲)  $e - 1$  (۳)  $\frac{e+1}{2}$  (۴)  $\frac{e-1}{2}$

۲۴۵. محل تلاقی خط  $x = 1$  با منحنی  $y = f(x)$  که در  $y' = e^x(x + 1)$  صدق می‌کند و از مبدأ می‌گذرد،

کدام است؟

- (۱)  $2e$  (۲)  $e + 1$  (۳)  $e - 1$  (۴)  $e$

۲۴۶. مشتق جهتی تابع  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$  در نقطه  $(0, 0, 1)$  و در جهت گرادیان تابع f

چقدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۲۴۷. با فرض این که  $f(x) = \frac{1}{3} \cot g 3x$  باشد حد  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{\pi}{9} + 3h) - f(\frac{\pi}{9} - h)}{h}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{16}{3}$  (۲)  $\frac{16}{3}$  (۳)  $-\frac{4(1+\sqrt{3})}{3}$  (۴)  $\frac{4(1+\sqrt{3})}{3}$

۲۴۸. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x \tan x} \right)$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۱ (۴) -۱

۲۴۹. اگر  $f(x+2) = 2x$ ،  $g(x+1) = 4x^2$ ، آنگاه  $f(g(3))$  کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۶ (۳) ۲۸ (۴) ۳۲

۲۵۰. فرض کنید D ناحیه به منحنی‌های  $y = x^2$ ،  $y = 8x^2$ ،  $yx = 1$ ،  $yx = 2$  باشد، مساحت ناحیه D

برابر است با:

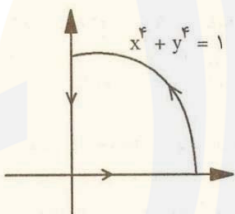
- (۱)  $\ln 2$  (۲)  $2 \ln 2$  (۳)  $\frac{7}{3} \ln 2$  (۴)  $\frac{2}{3} \ln 2$

۲۵۱. مقدار  $\frac{d}{dx} \int_x^{x^2} |t| dt$  کدام است؟

- (۱)  $2x^3 + x$  (۲)  $3x^3 - |x|$  (۳)  $2x^3 - x$  (۴)  $2x^3 - |x|$

۲۵۲. فرض کنید C منحنی بسته شکل زیر باشد. در این صورت  $\int_C \frac{1}{3} x^3 dy + (x^2 y - y^4) dx$  برابر است

با:



- (۱)  $\frac{5}{4}$  (۲)  $\frac{4}{5}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{4}{3}$

۲۵۳. احتمال این که شخصی در یک آزمون استخدامی موفق شود،  $\frac{1}{4}$  است. احتمال آن که وی برای اولین بار در

سومین آزمون استخدامی قبول شود، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{64}$  (۲)  $\frac{3}{64}$  (۳)  $\frac{9}{64}$  (۴)  $\frac{27}{64}$

۲۵۴. سه ماشین A، B و C به ترتیب  $\frac{1}{5}$ ،  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{1}{2}$  از کل محصولات یک کارخانه را تولید می‌کنند. درصد

معیوب بودن این ماشین‌ها به ترتیب ۳ درصد، ۴ درصد و ۵ درصد است. یک قلم از محصولات این کارخانه

را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال معیوب بودن آن چند درصد است؟

- (۱) ۷ (۲) ۴ (۳)  $\frac{3}{7}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۲۵۵. فرض کنید X دارای توزیع نرمال یا میانگین  $\mu$  و واریانس ۴ باشد. آزمون فرض  $\begin{cases} H_0 : \mu = 0 \\ H_1 : \mu = 1 \end{cases}$  را در نظر

بگیرید. در یک نمونه  $n = ۲۵$  از X، اگر ناحیه بحرانی به صورت  $\bar{x} > C$  باشد، مقدار C چقدر باشد تا خطای

نوع اول برابر  $\frac{2}{5}$  درصد شود؟ ( $z_{0/975} = 1/96$ )

- (۱)  $\frac{1}{285}$  (۲)  $\frac{1}{784}$  (۳)  $\frac{1}{96}$  (۴)  $\frac{3}{92}$

۲۵۶. اگر متغیر تصادفی  $X$  دارای تابع چگالی احتمال به صورت روبرو باشد،  $-\infty < x < +\infty$ ،  $f_x(x) = \frac{A}{1+x^2}$

آنگاه احتمال  $P(|x| < 1)$  برابر کدام یک از موارد زیر است؟

- (۱)  $\frac{1}{2\pi}$  (۲)  $\frac{2}{\pi}$  (۳)  $\frac{1}{\pi}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۲۵۷. اگر چگالی احتمال  $X$  به صورت  $x \in R$  و  $f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$  باشد، تابع چگالی  $Y = e^x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{\sqrt{2\pi y}} e^{-\frac{1}{2}(\ln y)^2}$  (۲)  $\frac{1}{\sqrt{2\pi y}} e^{-\frac{1}{2} \ln y}$   
(۳)  $\frac{1}{\sqrt{2\pi y^2}} e^{-\frac{3}{2} \ln y}$  (۴)  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\ln y)^2}$

۲۵۸. کدام یک از موارد زیر، صحیح است؟

- (۱)  $X$  و  $Y$  مستقلند آنگاه  $Cov(x, y) \neq 0$  (۲)  $X$  و  $Y$  مستقلند آنگاه  $Cov(x, y) = 0$   
(۳)  $Cov(x, y) \neq 0$  آنگاه  $X$  و  $Y$  مستقلند (۴)  $Cov(x, y) = 0$  آنگاه  $X$  و  $Y$  مستقلند

۲۵۹. با جابجایی ارقام ۶، ۵، ۵، ۱، ۱، ۱ چند عدد شش رقمی حاصل می‌شود؟

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۹۶ (۳) ۶۰ (۴) ۴۸

۲۶۰. ساده شده عبارت  $\frac{n!}{(n-2)!} - 2c(n, 2)$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $n^2$  (۳)  $n$  (۴)  $n-1$

۲۶۱. نقطه  $A(1, -2)$  عطف نمودار تابع  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$  است. دوتایی  $(a, b)$  کدام است؟

- (۱)  $(1, -2)$  (۲)  $(0, -3)$  (۳)  $(0, 3)$  (۴)  $(1, 2)$

۲۶۲. میانه داده‌های آماری ۹، ۱۰، ۱۴، ۱۷، ۱۷، ۱۵، ۱۲، ۱۱، ۷، ۳، ۴، ۷، ۱۹، ۱۴، ۵ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۰/۵ (۳) ۱۱ (۴) ۱۱/۵

۲۶۳. انحراف معیار ۱۲ داده آماری برابر صفر است. اگر مجموع مجزورات داده‌ها ۳۰۰ باشد نما در این داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۴/۵ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۶۴. از برخورد نیمسازهای داخلی کدام چهارضلعی مستطیل ایجاد می‌شود؟

- (۱) ذوزنقه (۲) محاط در دایره (۳) متوازی‌الاضلاع (۴) محیط بر دایره

۲۶۵. در داخل یک مکعب به قطر  $2\sqrt{3}$  بزرگ‌ترین استوانه ممکن قرار گرفته است. سطح کل این استوانه کدام است؟

- (۱)  $2\pi\sqrt{3}$  (۲)  $3\pi$  (۳)  $4\pi$  (۴)  $3\pi$

۲۶۶. باقیمانده تقسیم  $(x^3 - x^2 + 5x - 2)$  بر دو جمله‌ای  $x - 3$  کدام است؟

- (۱) ۲۳ (۲) ۲۷ (۳) ۲۹ (۴) ۳۱

۲۶۷. حاصل  $x^2 + (x^2 - 1) \left( \frac{3x-6}{x^2-x-2} - \frac{x^2+2x}{x^2+x-2} \right)$  کدام است؟

- (۱)  $2x + 3$  (۲)  $3x + 2$  (۳)  $3x - 2$  (۴)  $2x - 3$

۲۶۸. اگر  $x = 2 + \sqrt{3}$  باشد، حاصل  $x^2 - 4x$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۲۶۹. عرض از مبدأ خط گذرا بر دو نقطه  $(3, 5)$  و  $(-1, 1)$  کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۷۰. فاصله نقطه  $A(-2, 3)$  از خط به معادله  $2y + 4x + 7 = 0$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  (۲)  $\sqrt{5}$  (۳) ۲ (۴) ۵

۲۷۱. میانه داده‌های آماری ۹، ۱۰، ۹، ۸، ۱۲، ۱۱، ۱۵، ۱۳، ۱۱، ۷، ۱۴ کدام است؟

- (۱)  $10/5$  (۲) ۱۱ (۳)  $11/5$  (۴) ۱۲

۲۷۲. مجموع مربعات ۱۲ داده‌های آماری ۳۰۰ و انحراف معیار آن صفر است، نما در این داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴

۲۷۳. اگر  $f(x) = x + \sqrt{x}$ ، مقدار  $f\left(2\frac{1}{4}\right)$  کدام است؟

- (۱)  $2/75$  (۲)  $3/25$  (۳)  $3/5$  (۴)  $3/75$

۲۷۴. جواب بزرگ‌تر معادله  $8x^2 + 21x - 9 = 0$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{3}{8}$  (۳)  $\frac{9}{8}$  (۴)  $\frac{3}{8}$

۲۷۵. جواب‌های کدام معادله به صورت  $\{7 - 2\sqrt{2}, 7 + 2\sqrt{2}\}$  است؟

- (۱)  $x^2 - 14x + 41 = 0$  (۲)  $x^2 + 14x + 41 = 0$   
(۳)  $x^2 - 7x + 21 = 0$  (۴)  $x^2 + 7x - 3 = 0$

۲۷۶. با ارقام ۷، ۹، ۵، ۱، ۰ چند عدد پنج رقمی غیرقابل تکرار می‌توان نوشت؟

- (۱) ۸۱ (۲) ۹۲ (۳) ۹۶ (۴) ۱۲۰

۲۷۷. از ۱۲ دانش آموز با استعداد به چند طریق می‌توان یک گروه سه نفری انتخاب کرد؟

- (۱) ۲۴۰ (۲) ۲۲۰ (۳) ۲۱۰ (۴) ۱۸۰

۲۷۸. نقطه تلاقی دو خط به معادلات  $3x+5y+4=0$  و  $3x-4y=17$  کدام است؟

- (۱)  $(-3, 2)$  (۲)  $(2, -3)$  (۳)  $(-2, 3)$  (۴)  $(2, 3)$

۲۷۹. اگر  $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$  مقدار  $f(f(3))$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۲۸۰. فاصله نقطه  $(-\frac{5}{2}, -4)$  از رأس سهمی به معادله  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - 1$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{5}$  (۲)  $2\sqrt{3}$  (۳)  $3\sqrt{2}$  (۴)  $3\sqrt{2}$

۲۸۱. اگر  $A = \{1, 2, 2, 3, 5\}$  و  $B = \{2, 5, 7\}$  مجموعه  $A - B$  چند زیر مجموعه دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۲۸۲. اگر  $A = 0/24545.....$  حاصل  $\sqrt{11A + 1/3}$  کدام است؟

- (۱)  $1/5$  (۲) ۲ (۳)  $2/5$  (۴) ۳

۲۸۳. بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک  $(x^2 + x - 2)^2$  و  $(x^3 - 3x^2 + 3x - 1)$  کدام است؟

- (۱)  $x^2 - 2x + 1$  (۲)  $x^2 + 2x - 1$  (۳)  $x + 1$  (۴)  $x - 1$

۲۸۴. اگر  $f(x) = x + \sqrt{x}$  مقدار  $f(2\frac{1}{4})$  کدام است؟

- (۱)  $2/75$  (۲)  $3/25$  (۳)  $3/5$  (۴)  $3/75$

۲۸۵. جواب بزرگتر معادله  $8x^2 + 21x - 9 = 0$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{3}{8}$  (۳)  $\frac{9}{8}$  (۴)  $\frac{3}{8}$

۲۸۶. جواب‌های کدام معادله به صورت  $\{7 - 2\sqrt{2}, 7 + 2\sqrt{2}\}$  است؟

- (۱)  $x^2 - 14x + 41 = 0$  (۲)  $x^2 + 14x + 41 = 0$   
(۳)  $x^2 - 7x + 21 = 0$  (۴)  $x^2 + 7x - 3 = 0$

۲۸۷. با ارقام ۰، ۱، ۵، ۹، ۷، چند عدد پنج رقمی غیرقابل تکرار می‌توان نوشت؟

- (۱) ۸۱ (۲) ۹۲ (۳) ۹۶ (۴) ۱۲۰

۲۸۸. از ۱۲ دانش‌آموز با استعداد به چند طریق می‌توان یک گروه سه نفری انتخاب کرد؟

- (۱) ۲۴۰ (۲) ۲۲۰ (۳) ۲۱۰ (۴) ۱۸۰

۲۸۹. در دنباله اعداد  $1 - \sqrt{2} + 2 - 2\sqrt{2} + \dots$  جمله یازدهم کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۱۶ (۳) -۱۶ (۴) -۳۲



۲۹۰. اگر  $x = \log_5 \sqrt{125}$  آنگاه لگاریتم  $(2x + 1)$  در پایه ۲ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲)  $\frac{5}{2}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{3}{2}$

۲۹۱. بیشترین مقدار تابع  $f(x) = -2x^2 + 4x + 7$  کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴) ۸

۲۹۲. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{1 - \sqrt{x}}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{\pi}{2}$  (۲)  $-2\pi$  (۳)  $\frac{\pi}{2}$  (۴)  $2\pi$

۲۹۳. حد عبارت  $\frac{x^3 + ax^2 + 5}{3x^2 + 4x - 4}$  وقتی  $x \rightarrow -2$  یک عدد حقیقی متناهی است حد آن وقتی  $x \rightarrow 2$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۹۴. مشتق عبارت  $\sqrt[3]{\frac{3x-1}{x-2}}$  به ازای  $x = 3$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{5}{12}$  (۲)  $-\frac{5}{6}$  (۳)  $-\frac{2}{3}$  (۴)  $-\frac{3}{2}$

۲۹۵. اندازه مشتق عبارت  $\sin^2 x - \cos^2 x$  به ازای  $x = 15^\circ$  چقدر است؟

- (۱) -1 (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۱

۲۹۶. اگر  $\frac{1+\tan x}{1-\tan x} \tan \alpha$ ، کمان‌های  $x$  چگونه‌اند؟

- (۱)  $x = K\pi + \frac{\pi}{4} - \alpha$  (۲)  $x = K\pi - \frac{\pi}{4} - \alpha$  (۳)  $x = K\pi - \frac{\pi}{4} + \alpha$  (۴)  $x = K\pi + \frac{\pi}{4} + \alpha$

۲۹۷. در پرتاب دو تاس با هم کدام احتمال مجموع دو عدد رو شده برابر ۹ است؟

- (۱)  $\frac{1}{9}$  (۲)  $\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۲۹۸. در یک کلاس ۳۰ نفری، ۲۲ نفر علاقه‌مند به فوتبال و ۱۸ نفر علاقه‌مند به والیبال‌اند، یک فرد به تصادف

انتخاب می‌شود، با کدام احتمال این فرد به هر دو ورزش علاقه دارد؟

- (۱)  $\frac{1}{6}$  (۲)  $\frac{1}{5}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

## پاسخنامه تشریحی

۱. (۱)

$$x^2 + 1 > 0 \quad D = R \quad y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \Rightarrow x = \pm \frac{y}{\sqrt{1 - y^2}}$$

$$1 - y^2 > 0 \Rightarrow -1 < y < 1$$

۲. (۳)

$$y = \frac{2x + 3}{x - 1} \Rightarrow x = \frac{y + 3}{y - 2} \Rightarrow f^{-1}(x) = y = \frac{x + 3}{x - 2}$$

۳. (۴)

۴. (۲)

$$y' = \frac{\sin x}{\cos x} = -\tan x$$

۵. (۴)

$$y' = -3x^2 + 2ax \quad \max\left(\frac{2a}{3}, 4\right) \quad 4 = -\frac{8a^3}{27} + \frac{4a^3}{9} \Rightarrow a = 3$$

۶. (۲)

$$\int \frac{\sqrt{x}}{x} dx + \int \frac{1}{x} dx = \int x^{-\frac{1}{2}} dx + \int \frac{1}{x} dx = 2\sqrt{x} + \ln x + c$$

۷. (۴)

$$\text{حاصل ضرب} = \begin{vmatrix} 10 & 1 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 10 & 1 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} = -30 - 3 = -33$$

۸. (۱)

$$P = R - C = 100x - x^2 - 20x - 700 = -x^2 + 80x - 700 \quad x_{\max} = 40$$

$$p = -(40)^2 + 80(40) - 700 = 900$$

۹. (۲)

$$\frac{5}{9}x - \frac{x}{2} = 3 \Rightarrow x = 54$$

۱۰. (۳)

$$\sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{22} = \sqrt{2} \quad \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} \times \sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2} - 2}{\sqrt{2} - 1} = \frac{2(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2} - 1} = 2$$

۱۱. (۱)

$$0/18 \times 150 = 270$$

۱۲. (۳)

$$A - B = \{2, 5, 9\} \quad B - A = \{1, 4, 6\}$$

۱۳. (۳)

۱۴. عدد ۳۲ بر اعداد ۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶ و ۳۲ تقسیم پذیر است که جمع آن ها ۶۳ می شود و درگزینه ها وجود ندارد.

۱۵. (۱)

$$\frac{3}{\sqrt[4]{33}} \times \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{3}} = \frac{3\sqrt[4]{3}}{3} = \sqrt[4]{3}$$

۱۶. (۴)

$$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \quad P = 8x^3 - 4x^2 + 6x$$

$$R = P\left(\frac{1}{2}\right) = 8\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 4\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 6\left(\frac{1}{2}\right) = 3$$

۱۷. (۲)

$$\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 1} \times \frac{x^2 - x}{x - 2} = \frac{(x+1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} \times \frac{x(x-1)}{x-2} = x$$

۱۸. (۱)

۱۹. (۲)

$$a_{10} = \frac{2(10)+1}{102-1} = \frac{21}{99} = \frac{7}{33}$$

۲۰. (۴)

$$\frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} = \frac{x' + x''}{x'x''} = \frac{-b/a}{c/a} = \frac{-5/3}{-2/3} = \frac{5}{2}$$

۲۱. (۲)

$$x^4 - 2x^2 + 1 = (x-1)(x^3 + x^2 - x - 1) = (x-1)^2(x^2 + 2x + 1) = (x-1)^2(x+1)^2$$

$$x(x+ax-1) + 1 = x^3 + ax^2 - x + 1 = (x-1)^2(x+1) = x^3 - x^2 - x + 1 \Rightarrow a = -1$$

$$x^3 + x^2 - x - 1 = (x-1)(x^2 + 2x + 1) = (x-1)(x+1)^2$$

$$2(3/5) - 1 = 6 \quad (۲) \quad ۲۲$$

$$\frac{36}{150} \times 100 = 24 \quad (۲) \quad ۲۳$$

۲۴. سؤال مشخص نمی باشد اگر منظور زاویه داخل مثلث باشد همه جواب ها درست است.

۲۵. (۱)

$$x^2 + 4y^2 - 4y + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + (2y-1)^2 = 0 \quad x = 0 \quad 2y-1 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

$$x+y = \frac{1}{2}$$

۲۶. (۱)

$$\frac{1 + \sqrt{3} + \frac{2}{1-\sqrt{3}}}{2} = \frac{\frac{1-3+2}{1-\sqrt{3}}}{2} = 0$$

۲۷. (۴)

$$f(x)=f(x') \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{x'}{\sqrt{1+x'^2}} \Rightarrow \frac{x^2}{1+x^2} = \frac{x'^2}{1+x'^2} \Rightarrow x^2 + x^2x' = x'^2 + x^2x'^2 \Rightarrow x^2 = x'^2 \Rightarrow x = \pm x'$$

(۴) ۲۸

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{5+x^2}} \quad -\frac{2}{3} = \frac{x}{\sqrt{5+x^2}} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{x^2}{5+x^2} \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow f^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right) = 2$$

$$f(2\sqrt{5}) = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5+2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad f^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right) + \sqrt{5}f(2\sqrt{5}) = 2 + \sqrt{5} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} = 2 + 2 = 4$$

(۴) ۲۹

$$\begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ y - 3x = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} x = 1, y = 3 \Rightarrow (1, 3) \quad \text{راس دیگر}$$

$$A \begin{cases} \frac{7+1}{2} = 4 \\ \frac{3+3}{2} = 3 \end{cases} \quad \text{وسط دو راس} \quad oA = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

(۱) ۳۰

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n(n+1)} - n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n+1) - n^2}{\sqrt{n(n+1)} + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + n} + n} = 1$$

(۲) ۳۱

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{x}{x} [0^+] = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \frac{x}{-x} [0^-] = -1 \times -1 = 1 \quad \text{تابع پیوسته نیست}$$

$$f(\theta) = a$$

(۱) ۳۲

$$f^{(10)}(x) = 2^{10} (5 \cos 2x - x \sin 2x) = 2^{10} \left( 5 \cos \pi - \frac{\pi}{2} \sin \pi \right) = -5 \times 2^{10}$$

(۱) ۳۳

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial z} \times \frac{\partial z}{\partial y} \Rightarrow \frac{2}{2y-z} + x^2 = \left( x e^{3x+z} - \frac{1}{2y-z} \right) \times \frac{\partial z}{\partial y}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{4-3} + (-1)^2 = \left( -1 \times e^{-3+3} - \frac{1}{4-3} \right) \frac{\partial z}{\partial y} \Rightarrow \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{3}{2}$$

۳۴. پاسخ در بین گزینه‌ها نیست، زیرا:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = x \times \frac{\frac{1 \times x - 0 \times y}{x^2 + y^2}}{1 + \frac{y^2}{x^2}} = \frac{x^2}{x^2 + y^2} = \frac{r^2 \cos^2 \theta}{r^2} = \cos^2 \theta$$

(۳) ۳۵

(۱) ۳۶

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = \left( 1 - \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = 1 - \frac{1}{n+1} = s_n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{n+1} \right) = 1$$

(۴) ۳۷

$$\sqrt{x} = t \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = dt \quad \int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \sin \sqrt{x} dx = \int_0^{\frac{\pi^2}{4}} t \sin t dt = -t \cos t + \int \cos t dt = -t \cos t + \sin t \Big|_0^{\frac{\pi^2}{4}}$$

$$= \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 = 1$$

(۱) ۳۸

$$f'(x) = \frac{\frac{1(1-2ax)+2a(x+2a)}{(1-2ax)^2}}{1+\left(\frac{x+2a}{1-2ax}\right)} = \frac{1+4a^2}{1+4a^2x^2+x^2+4a^2} = \frac{1+4a^2}{(1+4a^2)(1+x^2)} = \frac{1}{1+x^2}$$

(۱) .۳۹

$$y = (e^{-x} + \sin x)^{\frac{1}{x}} \Rightarrow \ln y = \frac{1}{x} \ln(e^{-x} + \sin x) = \frac{\ln(e^{-x} + \sin x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^{-x} + \sin x)}{x} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{هویتال}} \lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-e^{-x} + \cos x}{e^{-x} + \sin x} = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \ln(\lim_{x \rightarrow 0} y) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} y = e^0 = 1$$

(۳) .۴۰

$$\sqrt{2x+5} = y \Rightarrow x = \frac{y^2-5}{2} \quad x=2 \Rightarrow y=3$$

$$\frac{x-2}{x+1} = \frac{\frac{y^2-5}{2}-2}{\frac{y^2-5}{2}+1} = \frac{y^2-9}{y^2-3} = f(y) \quad f'(y) = \frac{12y}{(y^2-3)^2} \Rightarrow f'(3) = 1$$

(۳) .۴۱

(۳) .۴۲

$$\frac{3}{7} \times \frac{2}{6} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{3}{7}$$

(۴) .۴۳

$$\bar{x} = \frac{1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 9 + 4 \times 4}{16} = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{1(1-3)^2 + 2(2-3)^2 + 9(3-3)^2 + 4(4-3)^2}{16} = \frac{4+2+4}{16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

(۲) .۴۴

$$24 = \frac{F_i}{100} \times 360 \Rightarrow F_i = 6/7$$

(۳) .۴۵

$$\binom{6}{2} = \frac{6!}{(6-2)! 2!} = \frac{4! \times 5 \times 6}{4! \times 2} = 15$$

(۱) .۴۶

$$A = \{ (5,6)(6,5)(6,6) \} \quad P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

(۱) .۴۷

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{1}{\frac{dx}{dt}} = (3t^2 - 3) \times \frac{1}{2t+1} = \frac{3t^2-3}{2t+1}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{6t(2t+1)-2(3t^2-3)}{(2t+1)^2} \times \frac{1}{2t+1} \xrightarrow{t=1} \frac{d^2x}{dx^2} = \frac{2}{3}$$

(۱) .۴۸

$$f'(x) = 2x \times \ln(x-2) + \frac{x^2}{x-2} \quad m = 2 \times \ln(3-2) + \frac{3^2}{3-2} = 9$$

$$y = 3^2 \times \ln(3-2) = 9 \times 0 = 0 \quad (3,0)$$

$$y - 0 = 9(x - 3) \Rightarrow y = 9x - 27 \xRightarrow{x=0} y = -27$$

(۱) ۴۹

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n+4} - \frac{n}{2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n(n+1)}{2n+8} - \frac{n}{2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{-3n}{2n+8} \right) = -\frac{3}{2}$$

(۲) ۵۰

$$\lim \left( \frac{2-h}{2} \right)^{\frac{1}{h}} = \lim \left( 1 - \frac{h}{2} \right)^{\frac{1}{h}} = \left[ \left[ 1 + \left( -\frac{h}{2} \right) \right]^{\frac{2}{h}} \right]^{-\frac{1}{2}} = e^{-\frac{1}{2}} \quad \ln e^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}$$

(۲) ۵۱

$$\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{9}{100} + \frac{4}{25}} = \sqrt{\frac{25}{100}} = 0.5$$

(۳) ۵۲

$$E(x) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} x e^{-\frac{x}{2}} dx = -x e^{-\frac{x}{2}} - 2 e^{-\frac{x}{2}} \Big|_0^{\infty} = 2$$

(۴) ۵۳

$$7! \times \frac{(0/5)^2 \times (0/3)^2 \times (0/2)^3}{2! \times 2! \times 3!} = 0.378$$

(۲) ۵۴

$$E(x) = 0(0/3) + 1(0/5) + 2(0/2) = 0.9 \quad E(y) = 1(0/3) + 3(0/7) = 2/4$$

$$E(xy) = (0 \times 0 \times 1) + (1 \times 0/1 \times 1) + (2 \times 0/2 \times 1) + (0 \times 0/3 \times 3) + (1 \times 0/4 \times 3) + (2 \times 0 \times 3) = 1/7$$

$$\text{Cov}(x, y) = E(xy) - E(x)E(y) = 1/7 - (0.9 \times 2/4) = 1/7 - 9/20 = -0.46$$

(۲) ۵۵

$$\mu = np = 2 \times \frac{8}{12} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

(۴) ۵۶

$$x=9 \Rightarrow y=4 \quad y=\sqrt{x}+1 \Rightarrow (y-1)^2=x$$

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2, & x \geq 4 \\ x+4, & x < 4 \end{cases} \quad f^{-1}(6) = (6-1)^2 = 25$$

(۲) ۵۷

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y-2x}{x} \Rightarrow \text{شیب قائم } m' = \infty \quad \text{خط قائم موازی محور } y \text{ ها } m = -\frac{2-2}{1} = 0 \Rightarrow$$

(۴) ۵۸

$$y' = (2-4x)e^{2x-2x^2} \Rightarrow y'' = e^{2x-2x^2}(-4 + (2-4x)^2) = 0$$

$$\Rightarrow -4 + 4 - 16x + 16x^2 = 0 \Rightarrow 16x^2 - 16x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ و } 1$$

(۲) ۵۹

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{-\cos(x+y)}{1-\cos(x+y)} \Rightarrow \frac{\cos \pi}{1-\cos \pi} = \frac{-1}{2}$$

(۲) ۶۰

$$(6x+4)f'(3x^2+4x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \xrightarrow{x=0} 4f'(0) = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

(۴) ۶۱

$$D\left(\frac{g}{f}\right) = \{x \notin D_f \cap D_g \mid f(x) \neq 0\} = \{x \geq 0 \mid x \neq \pm 1\} = [0, +\infty) - \{1\}$$

(۴) ۶۲

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{3y^2+x} \quad m = -\frac{1}{3(1)+0} = -\frac{1}{3}$$

$$y-1 = -\frac{1}{3}(x-0) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x + 1$$

(۳) ۶۳

$$\int_{-1}^1 e^{\frac{x}{2}} dx = 2e^{\frac{x}{2}} \Big|_{-1}^1 = 2e^{\frac{1}{2}} - 2e^{-\frac{1}{2}} = 2\left(2e^{\frac{1}{2}} - 2e^{-\frac{1}{2}}\right) = 2\left(\sqrt{e} - \frac{1}{\sqrt{e}}\right)$$

(۳) ۶۴

$$1(2k^2) - 0(1) + 1(0 - 2k) = 0 \Rightarrow 2k^2 - 2k = 0 \Rightarrow k = 0, 1$$

(۲) ۶۵

$$f(\lambda x, \lambda y, \lambda z) = \lambda^3 x^3 + 3\lambda^3 y^2 z - \lambda^3 y z x = \lambda^3 f(x, y, z)$$

$$x \frac{\delta f}{\delta x} + y \frac{\delta f}{\delta y} + z \frac{\delta f}{\delta z} = 3$$

(۳) ۶۶

$$P(x=2) = \binom{5}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^{5-2} = \binom{5}{2} \left(\frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{8}\right) = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

(۱) ۶۷

$$\text{Cov}(2x, 3y) = 12 \Rightarrow \text{cov}(x, y) = 2$$

$$\sigma_x = \sqrt{2} \quad \text{var}(3y) = 18 \Rightarrow \text{var}(y) = \frac{18}{9} = 2 \quad \sigma_y = \sqrt{2}$$

$$f_{x,y} = \frac{\text{cov}(x,y)}{\sigma_x \times \sigma_y} = \frac{2}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 1$$

(۴) ۶۸

$$P(B) = \frac{3}{5}$$

$$P(A) = \frac{2}{3}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{5}{9} = \frac{P(A \cap B)}{\frac{3}{5}}$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{5} \times \frac{5}{9} = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{3} = \frac{14}{15}$$

(۳) .۶۹

$$A = 0.252252 \dots = \frac{252}{999}$$

$$\frac{7}{A} = \frac{7 \times 999}{252} = 27/75$$

(۴) .۷۰

$$9^{x+2} = 3^x \times 81^3 \rightarrow 3^{2x+4} = 3^x \times 3^{12} = 3^x \times 3^{12} \rightarrow 2x+4 = 12+x \rightarrow x = 8$$

(۱) .۷۱

$$y - 0 = \frac{3-0}{1+2}(x+2) \rightarrow y - x - 2 = 0$$

$$d = \frac{|-2|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

(۲) .۷۲

$$\frac{(1-\sqrt{2})^2}{2+\sqrt{2}} + \frac{7}{\sqrt{2}} = \frac{2-2\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} + \frac{7\sqrt{2}}{2} = \frac{(2-2\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}{4-2} + \frac{7\sqrt{2}}{2} = \frac{10-7\sqrt{2}}{2} + \frac{7\sqrt{2}}{2} = 5$$

(۴) .۷۳

$$\frac{2-x}{2x-1} - x > 0 \rightarrow \frac{2-2x^2}{2x-1} > 0$$

$x$	$-\infty$	$-1$	$\frac{1}{2}$	$1$
$\frac{2-2x^2}{2x-1}$	$+$	$-$	$+$	$-$
	جواب		جواب	

(۲) .۷۴

$$M \begin{cases} \frac{-3+1}{2} = -1 = \alpha \\ \frac{4+0}{2} = 2 = \beta \end{cases} \quad \begin{cases} X = x - \alpha = 4 - (-1) = 5 \\ Y = y - \beta = 2 - 2 = 0 \end{cases}$$

(۴) .۷۵

$$A+B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \quad (A+B)^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 12 & 7 \end{bmatrix}$$

(۱) .۷۶

$$\log_4 2\sqrt{2} = x \rightarrow 4^x = 2\sqrt{2} \rightarrow 2^{2x} = 2^{\frac{3}{2}} \rightarrow x = \frac{3}{4}$$

$$\log_2 1 - x = \log_2 1 - \frac{3}{4} = \log_2 \frac{1}{4} = -\log_2 4 = -2$$

(۴) .۷۷

$$\sin x + \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{3}} \cos x = \frac{\sin x \cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{3} \cos x}{\cos \frac{\pi}{3}} = 2 \sin(x + \frac{\pi}{3})$$

(۳) .۷۸



$$\begin{cases} 2\alpha + 3\beta = 1 \\ \alpha + 5\beta = -3 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} \beta = -1 \\ \alpha = 2 \end{matrix} \quad \alpha + \beta = -1 + 2 = 1$$

(۴) ۷۹

$$\frac{C(5,1) \times C(3,1)}{C(8,2)} = \frac{15}{28}$$

(۲) ۸۰

$$\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{4}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{3} = \sqrt{2} \xrightarrow{\text{دو مثلث متشابهند}} \frac{s_1}{s_2} = (\sqrt{2})^2 = 2$$

(۳) ۸۱

$$R = 96 - 25 = 71 \quad C = \frac{71}{9} = 7/8 \cong 8$$

(۳) ۸۲

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{11 + 11 + 12 + 13 + 15 + 10}{6} = 12 \\ \sigma^2 &= \frac{2(11 - 12)^2 + (12 - 12)^2 + (13 - 12)^2 + (15 - 12)^2 + (10 - 12)^2}{6} \\ &= \frac{1 + 1 + 0 + 1 + 9 + 4}{6} = \frac{16}{6} = 2/66 \end{aligned}$$

(۱) ۸۳

$$f(g(x)) = f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^2}} = \frac{1}{x^2 + 1}$$

(۳) ۸۴

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x + \sqrt{4 - 3x}}{4 + x} \xrightarrow{\text{هوپییتال}} \lim 1 + \frac{-3}{2\sqrt{4 - 3x}} = -\frac{2\sqrt{4 - 3x} - 3}{2\sqrt{4 - 3x}} = \frac{5}{8}$$

(۲) ۸۵

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \rightarrow 4 + 3 = 2a - 4 \rightarrow a = \frac{11}{2}$$

(۱) ۸۶

$$f'(x) = \frac{2(x+1) - 1(2x-1)}{(x+1)^2} = \frac{3}{(x+1)^2} \quad f'(2) = \frac{3}{(2+1)^2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

(۲) ۸۷

$$\begin{aligned} y &= \cos 2x \sin x = \frac{1}{2} [\sin 3x - \sin x] \rightarrow y' = \frac{1}{2} [3\cos 3x - \cos x] \\ \frac{1}{2} [3\cos \pi - \cos \frac{\pi}{3}] &= \frac{1}{2} \left[-3 - \frac{1}{2}\right] = -\frac{5}{4} \end{aligned}$$

$$y = (-1)^{2-2}(-1) = 2 \quad (-1, 3)$$

(۲) ۸۸

$$y' = 2x - 2 = 2(-1) - 2 = -4 \rightarrow y - 3 = -4(x + 1) \rightarrow y = -4x - 1$$

$$y + 4x + 1 = 0 \quad \text{شیب مماس}$$

(۴) .۸۹

(۴) .۹۰

$$A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap (A \cup A') = A \cup B$$

(۱) .۹۱

$$(-x^{-1})^{-1} = \frac{1}{-x^{-1}} = -x \xrightarrow{\text{قرینه}} x$$

(۳) .۹۲

$$36 = 2^2 \times 3^2 \quad \text{م.م.ک} = 2^3 \times 3^2 = 72$$

$$24 = 2^3 \times 3 \quad \text{م.م.ب} = 2^2 \times 3 = 12 \Rightarrow 72 - 12 = 60$$

(۴) .۹۳

$$\frac{x-2}{11} = \frac{72}{99} \Rightarrow x-2=8 \Rightarrow x=10$$

(۳) .۹۴

$$A = x^2 + 2x, \quad B = x^2 + 2x - 8$$

$$A - B = x^2 + 2x - x^2 - 2x + 8 = 8$$

(۲) .۹۵

(۱) .۹۶

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1 \quad P(-1) = (-1)^2 - 1 - 2(-1) - 2 = 0$$

(۳) .۹۷

$$\frac{a^2 - b^2}{ab - b^2} - \frac{ab - b^2}{b^2} = \frac{(a-b)(a+b)}{b(a-b)} - \frac{b(a-b)}{b^2} = \frac{a+b}{b} - \frac{a-b}{b} = 2$$

(۱) .۹۸

$$d = \frac{|3(1) + 4(2) - 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|3 + 8 - 5|}{5} = \frac{6}{5}$$

(۳) .۹۹

$$m = -\frac{-4}{2} = 2 \quad y - 3 = 2(x + 2) \Rightarrow y = 2x + 7 \quad \text{شیب خط}$$

(۲) .۱۰۰

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1$$

(۲) .۱۰۱

$$\frac{3}{2\sqrt[6]{24}} = \frac{3}{2\sqrt[3]{22}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{3\sqrt[3]{2}}{4}$$

(۴) .۱۰۲

$$\frac{3x+4}{2} - x = 5 \Rightarrow 3x+4-2x=10 \Rightarrow x=6$$

۱۰۳. (۳)

$$\begin{cases} 10x+25y=400 \\ x+y=25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=15 \\ y=10 \end{cases}$$

۱۰۴. (۳)

$$4(3x-2)-6(x-2)<24 \Rightarrow 12x-8-6x+12<24 \Rightarrow 6x+4<24$$

$$6x<20 \Rightarrow x<\frac{20}{6}=\frac{10}{3}$$

۱۰۵. (۴)

۱۰۶. (۴)

۱۰۷. (۴)

۱۰۸. (۱)

$$x-1=y \Rightarrow x=y+1 ; f(y)=(y+1)^2-3(y+1)$$

$$f(-2)=(-2+1)^2-3(-2+1)=1+3=4$$

۱۰۹. (۲)

$$x^2-7x-8=0 \Rightarrow (x+1)(x-8)=0 \Rightarrow x=8$$

۱۱۰. (۴)

۱۱۱. (۳)

$$t_7=20, t_{15}=30 \quad t_{15}-t_7=(15-7)d \Rightarrow 30-20=8d$$

$$\Rightarrow d=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}$$

۱۱۲. (۳)

$$r=\frac{-6}{4}=-\frac{3}{2} \quad t_5=ar^4=4 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^4=4 \times \frac{81}{16}=\frac{81}{4}$$

۱۱۳. (۲)

$$\log 6x^3 = \log 48 \Rightarrow 6x^3 = 48 \Rightarrow x^3 = 8 \Rightarrow x = 2$$

۱۱۴. (۳)

$$Tc = TR \Rightarrow 16 \times 3^x = 6x$$

$$16 = \left(\frac{6}{3}\right)^x \Rightarrow 16 = 2^x \Rightarrow x = 4$$

۱۱۵. (۲) از آزمون مشتق دوم استفاده می کنیم

$$y = x^3 - 3x \quad y' = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$y'' = 6x \quad \begin{cases} x = +1 & y'' \geq 0 \quad \text{است } Min x = 1 \\ x = -1 & y'' < 0 \quad \text{است } Max x = -1 \end{cases}$$

۱۱۶. (۱)

$$\left. \begin{aligned} z'_x &= \frac{1}{y} - \frac{y}{x^2} + \frac{\frac{1}{y}}{\frac{x}{y}} = \frac{1}{y} - \frac{y}{x^2} = \frac{1}{x} \\ z'_y &= -\frac{x}{y^2} + \frac{1}{x} + \frac{-\frac{x}{y^2}}{\frac{x}{y}} = -\frac{x}{y^2} + \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \end{aligned} \right\} \Rightarrow xz'_x + yz'_y = \frac{x}{y} - \frac{y}{x} + 1 - \frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 1 = 0$$

(۴) .۱۱۷

$$\begin{aligned} z'_x &= \frac{2(x+2y)-2x-y+1}{(x+2y)^2} = 0 \Rightarrow \frac{2x+4y-2x-y+1}{(x+2y)^2} = 0 \Rightarrow 3y+1=0 \Rightarrow y = -\frac{1}{3} \\ z'_y &= \frac{(x+2y)-2(2x+y-1)}{(x+2y)^2} = 0 \Rightarrow \frac{x+2y-4x-2y+2}{(x+2y)^2} = 0 \Rightarrow -3x+2=0 \Rightarrow y = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

(۲) .۱۱۸

$$F = x^2 + y^2 - \lambda(x + 2y - 5) \Rightarrow \begin{cases} f'_x = 2x - \lambda = 0 \Rightarrow x = \frac{\lambda}{2} \\ f'_y = 2y - 2\lambda = 0 \Rightarrow y = \lambda \\ f'_\lambda = -x - 2y + 5 = 0 \Rightarrow -\frac{\lambda}{2} - 2\lambda = -5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{-\lambda - 4\lambda}{2} = -5 \Rightarrow -5\lambda = -10 \Rightarrow \lambda = \frac{10}{5} = 2$$

(۲) .۱۱۹

$$\int_1^2 \frac{2 \ln x}{x} dx = \int 2u du = \frac{2u^2}{2} = (\ln x)^2 \Big|_1^2 = (\ln 2)^2 - (\ln 1)^2 \rightarrow \ln x = u \rightarrow \frac{dx}{x} = du$$

(۳) .۱۲۰

$$I(x) = \int e^{\sqrt{x}} dx \quad I(x) = \int I'(x) dx \Rightarrow I'(x) = e^{\sqrt{x}} \quad I'(1) - I(0) = e^1 - e^0 = e - 1$$

(۳) .۱۲۱

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{60}{10} = 6$$

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n} = \frac{400 - 10 \times 36}{10} = \frac{40}{10} = 4$$

$$CV = \frac{4}{6} = 0.66$$

(۴) .۱۲۲

$$P(x=3) = \left[ \begin{matrix} 5 \\ 3 \end{matrix} \right] \left( \frac{1}{4} \right)^3 \left( \frac{3}{4} \right)^2 = 0.879$$

(۲) .۱۲۳

$$F(m) = \frac{1}{2} \quad m \text{ میانه است} \quad F(m) = \int_{3/4}^m dx = x \Big|_{3/4}^m = m - 3/4$$

$$F(m) = \frac{1}{2} \rightarrow m - 3/4 = \frac{1}{2} \rightarrow m = 3/4 + 0.5 = 3/9$$

۱۲۴. (۳) در اینجا آماردان بر این باور است که میانگین جامعه کمتر یا مساوی ۱۰ است پس باور خود را در  $H_0$  قرار می‌دهد به امید آنکه بتواند آنرا رد کند.

۱۲۵. (۳)

$$P(x, y) = \frac{Cov(x, y)}{\sqrt{Var(x)}\sqrt{Var(y)}} = \frac{5}{5 \times 5} = \frac{1}{5} = 0.2$$

۱۲۶. (۴) اثر ماتریس برابر با مجموع مقادیر ویژه و اثر ماتریس نیز مجموع عناصری روی قطر اصلی است  $2+5=7$

۱۲۷. (۳)

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial r} &= \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial r} \\ &= (2u - 2v) \cos \theta \\ &\quad + (2v - 2u) \sin \theta = (2r \cos \theta - 2r \sin \theta) \cos \theta + (2r \sin \theta - 2r \cos \theta) \sin \theta \\ &= 2r \cos^2 \theta - 2r \sin \theta \cos \theta + 2r \sin^2 \theta - 2r \cos \theta \sin \theta \\ &= 2r(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - r(\sin 2\theta + \sin 2\theta) = 2r - 4r \sin \theta \cos \theta \end{aligned}$$

۱۲۸. (۱)

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 19 = 15 + 10 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 6$$

۱۲۹. (۱)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^{\beta n} = e^{a\beta} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^{2n} = e^{2a} = e^{\frac{3}{2}} \rightarrow a = \frac{3}{4}$$

۱۳۰. (۳) اگر  $x$  سپرده بانکی باشد در ماه اول  $\frac{x - \frac{12}{100}(1/12)x}{x + \frac{12}{100}(1/12)x} = \frac{12}{108}$  و ماه دوم  $\frac{x - \frac{12}{100}(1/12)x}{x + \frac{12}{100}(1/12)x} = \frac{12}{108}$  و به همین ترتیب ادامه می‌دهیم.

۱۳۱. (۱)

$$\begin{aligned} x + 2y + kz &= 0 & 2x + y + (k+1)z &= 0 \\ x - y + z &= 0 & 2x + y - z &= 0 & k + 1 &= -1 & k &= -2 \\ 2x + y - z &= 0 & 2x + y - 2z &= 0 \end{aligned}$$

یک معادله و ۳ مجهول بی نهایت جواب دارد

۱۳۲. (۲) پس در ۲۰ دقیقه به طور متوسط ۲ نفر وارد بانک می‌شود (توزیع پواسن)

نفر	دقیقه
۱	۱۰
$x = 2$	۲۰

$$P(a = 2) = \frac{e^{-2}(2)^2}{2!} = 2e^{-2}$$

۱۳۳. (۳)

$$A_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sqrt{\frac{(2n+1)!}{n!}} = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{n!(n+1)(n+2) \cdots (2n+1)}{n!}} = \sqrt{\frac{(n+1)(n+2) \cdots (2n+1)}{n^2}}$$

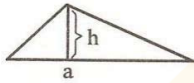
$$= \sqrt{\left(\frac{n+1}{n}\right) \left(\frac{n+2}{n}\right) \cdots \left(\frac{2n+1}{n}\right)} = \sqrt{\left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{2}{n}\right) \cdots \left(1 + \frac{n+1}{n}\right)}$$

$$\ln A_n = \frac{1}{n} \left[ \ln \left(1 + \frac{1}{n}\right) + \ln \left(1 + \frac{2}{n}\right) + \cdots + \ln \left(1 + \frac{n+1}{n}\right) \right] = \int_0^1 \ln(1+x) dx = \ln 4 - 1$$

$$A_n = e^{\ln 4} \times e^{-1} = \frac{4 \times 1}{e} = \frac{4}{e}$$

$$S = \frac{1}{2} ah \quad \text{مثلث}$$

۱۳۴. (۴)



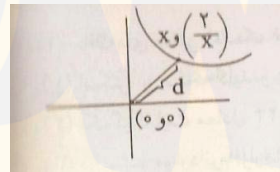
$$s = \frac{1}{2} (16 - h)h \quad \text{پس } a = 16 - h \quad \text{پس } a + h$$

از طرفی طبق صورت سؤال = 16

حال باید ماکزیمم تابع S را بدست آوریم. برای این کار:

$$s' = 8 - h = 0 \rightarrow h = 8 \rightarrow a = 8 \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$$

۱۳۵. (۱)



$$d = \sqrt{x^2 + \left(\frac{2}{x}\right)^2} = \sqrt{x^2 + \frac{4}{x^2}}$$

برای یافتن کمترین فاصله کافی است مینیمم تابع زیر را دیگال یعنی  $P(x) = x^2 + \frac{4}{x^2}$  را بیاوریم برای این کار

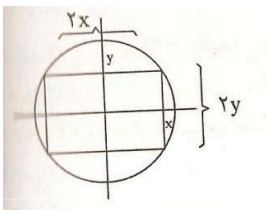
$$f'(x) = 2x - \frac{8}{x^3} = 0 \rightarrow 2x^4 = 8 \rightarrow x^4 = 4 \rightarrow x^4 = 2 \Rightarrow d = \sqrt{2 + \frac{4}{2}}$$

$$= \sqrt{2 + 2} = \sqrt{4} = 2$$

۱۳۶. (۲)

$$S = 2x, \quad 2y = 4xy$$

$$x^2 = 4 - y^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4 \quad \text{از طرفی}$$



$$S = 4\sqrt{4 - y^2} \cdot y$$

$$\Rightarrow S' = 4\sqrt{4 - y^2} - \frac{4y^2}{\sqrt{4 - y^2}} \rightarrow S' = 0 \rightarrow (\sqrt{4 - y^2})^2 = y^2$$

$$\rightarrow 4 - y^2 = y^2 \rightarrow 4 = 2y^2 \rightarrow y^2 = 2 \rightarrow y = \sqrt{2}$$

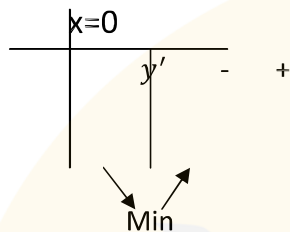
$$\Leftrightarrow \sqrt{2} = x \Leftrightarrow 2 = x^2$$
 در نتیجه

$$S = 4 \left( \sqrt{4 - (\sqrt{2})^2} \right) \sqrt{2} = 8$$

۱۳۷. (۳)

$$y = x^4 + 3x^2 + 1$$

$$\rightarrow y' = 4x^3 + 6x \rightarrow y' = 0 \rightarrow 4x^3 + 6x = 0 \rightarrow x(4x^2 + 6) = 0$$

از آن جا که  $4x^2 + 6 \neq 0$  پس نقطه  $x=0$  تابع  $y'$  را در  $x=0$  تعیین علامت می کنیم و داریم:پس تابع در  $x=0$  فقط یک Min نسبی دارد.

۱۳۸. (۲)

$$2^{2x} \times 3^x \times 2^{5y} \times 3^2 = 2^5 \times 3^5 \Rightarrow 2^{2x+5y} \times 3^x = 2^5 \times 3^3 \Rightarrow x = 3$$

$$2x + 5y = 5 \xrightarrow{x=3} y = -\frac{1}{5}$$

۱۳۹. (۳)

$$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow R = 16 \left( \frac{1}{2} \right)^4 - 8 \left( \frac{1}{2} \right)^3 + 4 \left( \frac{1}{2} \right)^2 + 5 = 1 - 1 + 1 + 5 = 6$$

۱۴۰. (۱)

$$x^2 - 5xy - 6y^2 = (x - 6y)(x + 2y)$$

۱۴۱. (۲)

$$4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$$

۱۴۲. (۳)

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{8}(1+\sqrt{2})-\sqrt{24}}{(1+\sqrt{2})^2-3} + \sqrt{3}-1 &= \frac{\sqrt{8}+4-2\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} + \sqrt{3}-1 = \frac{\sqrt{2}+2-\sqrt{6}}{\sqrt{2}} + \sqrt{3}-1 \\ &= \frac{2+2\sqrt{2}-\sqrt{12}}{2} + \sqrt{3}-1 = 1+\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{3}-1 = \sqrt{2} \end{aligned}$$

۱۴۳. (۲)

$$3(2) - 4(m-1) = 10 \Rightarrow 6 - 4m + 4 = 10 \Rightarrow 10 - 4m = 10 \Rightarrow m = 0$$

۱۴۴. (۴) X و Y مثبت در معادله صدق نمی کند.

۱۴۵. (۴)

$$A' = \{2, 4, 6\} \quad B' = \{a, b, c\}$$

$$B \cap A' = \{2, 4, 6\} \quad A \cap B' = \{a, b, c\}$$

(۴). ۱۴۶

$$2(x + y) = 50 \Rightarrow x + y = 25 \Rightarrow x + x + 1 = 25 \Rightarrow x = 12, y = 13$$

$$S = xy = 12 \times 13 = 156$$

(۳). ۱۴۷

$$3/42 \times 3/42 + 0/0136 = 11/71$$

(۲). ۱۴۸

$$2\frac{2}{3} = \frac{8}{3} \quad \frac{8}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{9}{3} = 3$$

(۲). ۱۴۹

$$\frac{(3 \times 0/4)^7}{(1/2)^5} = \frac{(1/2)^7}{(1/2)^5} = (1/2)^2 = 1/44$$

(۲). ۱۵۰

$$\begin{cases} 2x - 3y = 16 \\ 3x + y = 13 \end{cases} \Rightarrow x = 5$$

(۳). ۱۵۱

$$\frac{84 + 96 + 82/5 + 92 + 105 + 107/5}{2} = 94/5$$

(۴). ۱۵۲

(۳). ۱۵۳

$$4\left(\frac{9}{4}\right) - 12\left(-\frac{3}{2}\right) + 5 = 32$$

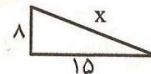
(۴). ۱۵۴ به ۷۷ و ۱۱ و ۸۷ به ۳ و ۹۷ به ۳ بخش پذیر هستند.

(۴). ۱۵۵

$$\frac{21}{18} \div \left(\frac{-10+9}{12}\right) = \frac{7}{6} \div -\frac{1}{12} = \frac{7}{6} \times -12 = -14 \xrightarrow{\text{قرینه آن}} 14$$

(۱). ۱۵۶

$$x^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289 \Rightarrow x = 17$$



(۲). ۱۵۷

$$12 \times 5 = 60 \quad 60 \div 2 = 30$$

(۴). ۱۵۸

$$3i - 6j - 4i - 2j = -i - 8j \begin{bmatrix} -1 \\ -8 \end{bmatrix}$$

(۳). ۱۵۹



$$\binom{1}{1} \binom{7}{2} = 1 \times \frac{7!}{2! \times 5!} = 21$$

(۱). ۱۶۰

$$A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - P(A) \Rightarrow P(A \cap B) = P(B) = \frac{1}{3}$$

X: تعداد بذر جوانه زده

(۴). ۱۶۱

$$X \sim \text{Bin}(3, 0/8)$$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1)$$

$$= 1 - \sum_{x=0}^1 \binom{3}{x} (0/8)^x (0/2)^{3-x} = 1 - [(0/2)^3 + 3(0/8)(0/2)^2] = 0/896$$

(۳). ۱۶۲

تابع  $f(x) = x^2 - 3|x|$  را می توان به فرم زیر نوشت :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{و } x \geq 0 \\ x^2 + 3x & \text{و } x < 0 \end{cases}$$

حال برای یافتن نقاط بحرانی باید:

$$f'(x) = 0 \rightarrow \begin{cases} 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{3}{2} \\ 2x + 3 = 0 \rightarrow x = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

حال از آنجا که  $f'(x)$  در  $x=0$  نیز موجود نیست پس سه نقطه  $\frac{3}{2}$  و  $-\frac{3}{2}$  و  $x=0$  نقاط بحرانی تابع هستند.

(۲). ۱۶۳

$$\begin{aligned} \int \frac{(2x\sqrt{x} + \sqrt{x})^4}{x^2} dx &= \int \frac{(\sqrt{x}(2x+1))^4}{x^2} dx = \int \frac{x^2(2x+1)^4}{x^2} dx = \int (2x+1)^4 dx \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} (2x+1)^5 = \frac{1}{10} (2x+1)^5 + c \end{aligned}$$

(۴). ۱۶۴

$$\left. \begin{aligned} 2x \geq 3 - 2 &\Rightarrow 2x \geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2} \\ 2x - 2 \leq 1 - 4x &\Rightarrow 6x \leq 3 \Rightarrow x \leq \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x = \frac{1}{2}$$

(۳). ۱۶۵

$$\Delta = 0 \quad \Delta = (-6)^2 - 4m(m-2) = 36 - 4m^2 + 8m = 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 9 = 0$$

$$m = 1 \mp \sqrt{1+9} = 1 \mp \sqrt{10}$$

(۴). ۱۶۶ A-B ممکن است تهی باشد و ممکن است با پایان باشد.

(۲). ۱۶۷

$$A + I = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \quad A - I = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-5 & 15+10 \\ -1-4 & -5+8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 25 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$$

(۱). ۱۶۸

$$2 \cos x = -\sqrt{3} \Rightarrow \cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$$

$$x = 2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$$

(۳). ۱۶۹

$$\left. \begin{aligned} \log x + \log y = 1 &\Rightarrow \log xy = \log 10 \Rightarrow xy = 10 \\ 4^{x-y} = 4^3 &\Rightarrow x - y = 3 \Rightarrow y = x - 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = 5 \text{ و } -2$$

 $X = -2$  غیر قابل است.

(۴). ۱۷۰

$$a = i - 2j \quad \vec{OA} = 2i - 4j - 3i - j = -i - 5j \Rightarrow |\vec{OA}| = \sqrt{(-1)^2 + (-5)^2} = \sqrt{26}$$

$$b = 3i + j$$

(۲). ۱۷۱

$$c(n, n-2) = \frac{n!}{(n-n+2)!(n-2)!} = \frac{n!}{(n-2)!2!} = \frac{(n-2)! \times (n-1) \times n}{(n-2)!2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$n(n-1) = 240 \Rightarrow n^2 - n - 240 = 0 \Rightarrow (n+15)(n-16) = 0 \Rightarrow n = 16$$

(۳). ۱۷۲

$$s_{13} = 0 \Rightarrow n = \frac{n[2a + (n-1)d]}{2} \Rightarrow s_{13} = \frac{13[2(-3) + 12d]}{2} = 0$$

$$-6 + 12d = 0 \Rightarrow 12d = 6 \Rightarrow d = \frac{1}{2}$$

(۲). ۱۷۳

$$q = \sqrt[m+1]{\frac{b}{a}} \Rightarrow q = \sqrt[3+1]{\frac{81}{16}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{3}{2}$$

$$16, 24, 36, 54, 81 \xRightarrow{\text{مجموع}} 114$$

(۱). ۱۷۴

$$\tan(\pi + \alpha) + \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \tan \alpha + \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{2 \cos^2 \alpha} = \tan \alpha + \tan \alpha = 2 \tan \alpha$$

(۳). ۱۷۵

$$\left(4x + \frac{1}{x-1}\right)\left(1 - \frac{1}{2x-1}\right) = \left(\frac{4x^2 - 4x + 1}{x-1}\right)\left(\frac{2x-1-1}{2x-1}\right) = \frac{(2x-1)^2}{x-1} \times \frac{2(x-1)}{2x-1}$$

$$= 2(2x-1) = 4x-2$$

(۲). ۱۷۶

$$a^2 + b^2 - 2ab - c^2 = (a-b)^2 - c^2 = (a-b+c)(a-b-c)$$

(۳). ۱۷۷

$$y = 2x - 6 \quad A \Big|_{-6}^0 \quad B \Big|_0^3 \quad AB \text{ وسط } M \Big|_{-3}^{\frac{3}{2}}$$

$$OM = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + (-3)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 9} = \sqrt{\frac{45}{4}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

(۱) .۱۷۸

$$(\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(2\sqrt{2} + \sqrt{3}) + 3\sqrt{6} = 4 + \sqrt{6} - 4\sqrt{6} - 6 + 3\sqrt{6} = -2$$

(۳) .۱۷۹

(۲) .۱۸۰

$$x^2 - 6 = 5|x| \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 5x - 6 = 0 & x \geq 0 \Rightarrow x = 6 \\ x^2 + 5x - 6 = 0 & x < 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

.۱۸۱ (۳) در ۲ و ۲- مشتق پذیر نیست.

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{2x}{|x^2-1|} & -2 \leq x \leq 2 \\ 4 & x > 2 \text{ یا } x < -2 \end{cases}$$

(۳) .۱۸۲

$$\alpha + \beta = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow \tan(\alpha + \beta) = \tan \frac{5\pi}{4} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = 1 \Rightarrow \tan \alpha + \tan \beta = 1 - \tan \alpha \tan \beta$$

$$(1 + \tan \alpha)(1 + \tan \beta) = 1 + \tan \alpha \tan \beta + \tan \alpha + \tan \beta = 1 + \tan \alpha \tan \beta + 1 - \tan \alpha \tan \beta = 2$$

$$10\% \times 2000 = 200$$

(۱) .۱۸۳

(۳) .۱۸۴

$$(80, 20)$$

$$(4, 40)$$

$$\text{م.م.ب} = 4 = 2^2$$

$$\text{م.م.ک} = 40 = 2^3 \times 5$$

.۱۸۵ احتمالاً سؤال اشکال دارد، چون  $\sin 0^\circ = 0$  است در نتیجه داریم:

که در هیچکدام از گزینه‌ها نیست.

$$2\sin 0^\circ \times \sin 40^\circ + \cos(34\pi + 50) = \cos 50^\circ$$

(۴) .۱۸۶

$$\frac{m}{2} = 2 \times 2\sqrt{7} \Rightarrow m = 8\sqrt{7}$$

(۴) .۱۸۷

$$y = b_1x + b_0$$

$$y = x + 3$$

$$b_1 = \frac{spxy}{ssx} = \frac{6}{6} = 1$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1\bar{x} = 5 - 2 = 3$$

(۴). ۱۸۸

$$\text{خط : } x - 1 = \frac{y}{\frac{1}{2}} = z + 1 \Rightarrow$$

$$Ax + Bx + Cz + D = 0 \text{ صفحه}$$

$$\begin{cases} A = 1 \\ B = \frac{1}{2} \\ C = 1 \end{cases} \quad A + B + c + d = 0 \Rightarrow 1 + \frac{1}{2} + 1 + d = 0 \Rightarrow d = -\frac{5}{2}$$

$$x + \frac{1}{2}y + z - \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow 2x + y + 2z = 5$$

(۲). ۱۸۹

$$(n, 2) - \binom{n}{2} = 36 \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)!} - \frac{n!}{(n-2)! \times 2} = 36 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 36$$

$$n(n-1) = 72 \Rightarrow n = 9 \quad \binom{9}{6} = \frac{9!}{3!6!} = 84$$

(۳). ۱۹۰

$$\begin{cases} 2^{498} \equiv 1 \\ 2^2 \equiv 13 - 9 \end{cases} \rightarrow 2^{500} \equiv 139$$

(۳). ۱۹۱.

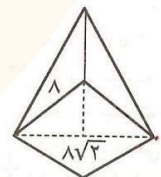
$$A: \text{در درس ریاضی قبول شده‌اند} \quad n(A' \cap B') = 10 \Rightarrow n(A \cup B)' = 10$$

$$B: \text{در درس فیزیک قبول شده‌اند} \quad n(A \cup B) = 40$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$40 = 30 + 25 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 25$$

(۱). ۱۹۲



$$x^2 = (4\sqrt{2})^2 + 7^2 = 32 + 49 = 81 \Rightarrow x = 9$$

(۱). ۱۹۳.

$$\begin{aligned} \%70x = 1400 &\Rightarrow x = 2000 \xrightarrow{\text{تخفیف}} 600 \xrightarrow{\text{مجموع}} 2600 \\ \%80x = 8000 &\Rightarrow x = 10000 \rightarrow 2000 \end{aligned}$$

(۳). ۱۹۴.

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow y = 1, x = 2$$

(۲). ۱۹۵

۱۹۶. (۴) پاسخ درست در بین گزینه‌ها نیست، زیرا:

$$10000 = 1000e^{0/4t} \Rightarrow 10 = e^{0/4t} \Rightarrow \ln 10 = 0/4t$$

$$t = \frac{\ln 10}{0/4} = \frac{5 \ln 10}{2}$$

در جواب‌های نیست

(۲) ۱۹۷

$$f'(x) = \frac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}} \xrightarrow{x=\frac{1}{2}} f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1-2\left(\frac{1}{2}\right)}{2\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}} = 0$$

(۲) ۱۹۸

$$\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1 \Rightarrow a^2 = 8, b^2 = 2 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 8 - 2 = 6$$

$$c = \sqrt{6}, a = 2\sqrt{2} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$e$  خروج از مرکز

(۴) ۱۹۹

$$x - |x| > 0 \Rightarrow |x| < x \Rightarrow x \in \emptyset$$

(۱) ۲۰۰

۲۰۱. (۱) مرکز دایره

(۲) ۲۰۲

$$\frac{2mx-1}{x} = 4x \Rightarrow 4x^2 - 2mx + 1 = 0 \quad \Delta = 4m^2 - 16 = 0 \Rightarrow m = \pm 2$$

۲۰۳.  $a+b$  می‌تواند ۸ یا ۴ یا -۶ باشد.

$$2(1)^2 + a(1) + b = 0 \Rightarrow a + b = -2$$

(۲) ۲۰۴

(۴) ۲۰۵

$$\int \frac{x^2}{x^2+a} dx = x - a \arctan \frac{x}{a}$$

۲۰۶. جواب  $2\sqrt{2} - 2$  می‌باشد.

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x - \cos x) dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - \sin x) dx = 2\sqrt{2} - 2$$

۲۰۷. در جواب‌ها نمی‌باشد.

$$P(7,4) = \frac{7!}{(7-4)!} = 840$$

(۱) ۲۰۸

(۳) ۲۰۹

(۴) ۲۱۰

(۲). ۲۱۱

(۴). ۲۱۲

$$\frac{20}{50} \times \frac{30}{50} + \frac{30}{50} \times \frac{20}{50} = \frac{12}{25}$$

(۱). ۲۱۳

(۳). ۲۱۴

$$x - |x| \geq 0 \Rightarrow |x| \leq x \Rightarrow x = 0, x \in \mathbb{R}^+$$

(۴). ۲۱۵

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 16}{4 - x^2} = \lim_{x \rightarrow 2} -(x^2 + 4) = -8$$

(۱). ۲۱۶

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(-|x|) = |x| = f(x)$$

(۲). ۲۱۷

(۴). ۲۱۸

(۴). ۲۱۹

$$A' \cap B' = \emptyset \Rightarrow (A \cup B)' = \emptyset$$

(۱). ۲۲۰

$$|A| = 0 \quad |A| = -k = 0 \Rightarrow k = 0$$

(۳). ۲۲۱

(۲). ۲۲۲

$$Mod = 3 \text{ median} - 2 \text{ mean}$$

$$40 = 3(50) - 2x \Rightarrow x = 55$$

(۳). ۲۲۳

$$\binom{5}{3} \times \binom{5}{2} = 10 \times 10 = 100$$

(۴). ۲۲۴

(۳). ۲۲۵

(۲). ۲۲۶

$$\frac{120000n_1 + 70000n_2}{n_1 + n_2} = 100000 \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{n_2}{100} = \frac{2}{5} \Rightarrow n_2 = 40$$

(۳). ۲۲۷

(۲). ۲۲۸

$$\binom{4}{3} \left(\frac{3}{4}\right)^3 \left(\frac{1}{4}\right)^1 = \frac{27}{64}$$

(۳). ۲۲۹

(۳). ۲۳۰

$$A = \{1,2\} \quad P(A) = 2^2 = 4$$

(۴). ۲۳۱

$$|2A| = 4(4 - 0) - 0 + 0 = 16$$

(۳). ۲۳۲

$$f''(x) = 2(x^4 + 1)(x^6 + 1)(x^8 + 1) + \dots \rightarrow x \text{ جملاتی به صورت حاصلضرب در}$$

$$f''(0) = 2$$

(۳). ۲۳۳

$$y = 1 + nx + Ax^2 + Bx^3 + \dots$$

$$y' = n + 2Ax + \dots$$

(۱). ۲۳۴

$$dz = (2x - y)dx + (2y - x)dy = (4 - 1)(0/1) + (2 - 2)(0/2) = 0/3$$

(۱). ۲۳۵

$$f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^{-1} f(x, y)$$

(۴). ۲۳۶

$$\frac{1}{x} = u \Rightarrow \frac{1}{x^2} dx = du$$

(۴). ۲۳۷

(۱). ۲۳۸

(۲). ۲۳۹

$$C(12,10) + C(12,11) + c(12,12) = 79$$

۲۴۰. جواب صفر است که در گزینه‌ها نمی‌باشد.

$$P(A \cap \bar{B}) = \frac{P(B \cap A \cap \bar{B})}{P(A \cap \bar{B})} = \frac{P\emptyset}{0/4} = \frac{0}{0/4} = 0$$

(۲). ۲۴۱

$$\frac{1}{2} \times 0/06 + \frac{1}{2} \times 0/04 = 0/05$$

(۴). ۲۴۲

$$0/3 \times 15000 - 0/7 \times 40000 = 17000$$

(۲). ۲۴۳

$$\int^2 Kx^{-2} dx = 1 \Rightarrow K = 2$$

(۲). ۲۴۴

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + e^{\frac{1}{n}} + \left(e^{\frac{1}{n}}\right)^2 + \dots + \left(e^{\frac{1}{n}}\right)^{n-1}}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{1-e^{\frac{1}{n}}} - \left(e^{\frac{1}{n}}\right)^n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1-e+e^{\frac{1}{n}+1}}{n}}{1-e^{\frac{1}{n}}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{هوپیتال}} \text{حد}$$

$$= e - 1$$

(۴). ۲۴۵

$$y' = xe^x + e^x \Rightarrow y = xe^x$$

(۳). ۲۴۶

$$\nabla f = 2x dx + 2y dy + 2z dz$$

$$\frac{u}{|u|} = i \quad \nabla f_{(1,0,0)} \times \frac{u}{|u|} = (2i, 0, 0) \times i = 2$$

(۱). ۲۴۷

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f\left(\frac{\pi}{9}h + 4h\right) - f\left(\frac{\pi}{9} - h\right)}{4h} \times 4 = f'_{h \rightarrow 0}\left(\frac{\pi}{9} - h\right) \times 4 = -\frac{16}{3}$$

(۲). ۲۴۸

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan x - \sin x}{x \sin x \tan x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 - \cos x}{x \sin x} \right) = \frac{0}{0} \rightarrow \text{حد} = \frac{1}{2} \text{ با دو بار هوپیتال}$$

(۳). ۲۴۹

$$g(3) = 4(2)^2 = 16 \quad f(g(3)) = f(16) = f(14 + 2) = 2(14) = 28$$

(۱). ۲۵۰

$$\int_0^{\frac{1}{2}} (8x^2 - x^2) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 \left( \frac{1}{x} - x^2 \right) dx = \ln 2$$

(۴). ۲۵۱

$$\frac{d}{dx} \left[ -\int_0^x |t| dt + \int_0^{x^2} t dt \right] = -|x| + \frac{d}{dx} \left[ \frac{x^4}{2} \right] = 2x^3 - |x|$$

۲۵۲. (۳) با تغییر متغیرهای  $x = \sin t$  و  $y = \cos t$  و شرط  $\sin^4 x + \cos^4 x = 1$  و حل انتگرال جواب بدست

می‌آید.

(۴). ۲۵۳

$$\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{27}{64}$$

(۳). ۲۵۴

$$0/5 \times 0/03 + 0/3 \times 0/04 + 0/2 \times 0/05 = 0/037$$

(۲). ۲۵۵

$$\bar{x}_c \geq \mu + z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0 + 1/96 \times \frac{2}{\sqrt{25}} = 0/784$$

(۴). ۲۵۶



$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \rightarrow A = \frac{1}{\pi}$$

(۴). ۲۵۷

$$P(-1 < x < 1) = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{1+x^2} dx = \frac{1}{2}$$

(۲). ۲۵۸

$$x = \ln y$$

$$\frac{6!}{3! \times 2!} = 60$$

(۳). ۲۵۹

(۱). ۲۶۰

$$c(n, 2) - \frac{n!}{(n-2)!} = 2 \frac{n!}{(n-2)2!} - \frac{n!}{(n-2)!} = 0$$

(۲). ۲۶۱

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \quad f''(x) = 6x + 2a \Rightarrow f''(!) = 6 + 2a = 0 \Rightarrow a = -3$$

$$f(1) = -2 \Rightarrow f(1) = 1 - 3 + b = -2 \Rightarrow b = 0$$

(۳). ۲۶۲

$$3, 4, 5, 7, 7, 9, 10, (11), 12, 14, 14, 15, 17, 17, 19$$

(۳). ۲۶۳

$$x_i = \bar{x} \quad \sum x_i^2 = 300 \Rightarrow 12x_i^2 = 300 \Rightarrow x_i = 5$$

(۳). ۲۶۴

(۴). ۲۶۵

$$S = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi(1)(2) + 2\pi(1)^2 = 6\pi$$

۱ = شعاع قاعده

(۴). ۲۶۶

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \quad 3^3 - 3^2 + 5(3) - 2 = 31$$

(۴). ۲۶۷

$$(x-1)(x+1) \left[ \frac{3(x-2)}{(x+1)(x-2)} - \frac{x(x+2)}{(x-1)(x+2)} \right] + x^2 = 2x - 3 - x^2 + x^2 = 2x - 3$$

(۲). ۲۶۸

$$x^2 - 4x = 4 + 4\sqrt{3} + 3 - 8 - 4\sqrt{3} = -1$$

(۲). ۲۶۹

$$m = 1 \xrightarrow{\text{معادله خط}} y = x + 2 \rightarrow x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$$

(۱). ۲۷۰

$$L = \frac{|2(3) + 4(-2) + 7|}{\sqrt{4 + 16}} = \frac{5}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

(۲). ۲۷۱

$$7, 8, 9, 9, 10, 11, 11, 12, 13, 14, 15$$

(۳). ۲۷۲

(۴). ۲۷۳

$$f\left(2\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{9}{4}\right) = \frac{9}{4} + \frac{3}{2} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

(۳). ۲۷۴

$$8x^2 + 21x - 9 = 0 \quad x = \frac{3}{8} \text{ و } -3$$

(۱). ۲۷۵

$$S = 7 - 2\sqrt{2} + 7 + 2\sqrt{2} = 14 \quad P = (7 - 2\sqrt{2})(7 + 2\sqrt{2}) = 49 - 8 = 41$$

$$x^2 - 14x + 41 = 0$$

(۳). ۲۷۶

$$4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 96$$

(۲). ۲۷۷

$$\binom{12}{3} = \frac{12!}{(12-3)! 3!} = 220$$

(۳). ۲۷۸

$$\begin{cases} 2x - 5y = -4 \\ 3x - 4y = 17 \end{cases} \Rightarrow y = -2, \quad x = 3$$

(۱). ۲۷۹

$$f(3) = 1 \Rightarrow f^{-1}(1) = \frac{1}{3}$$

(۴). ۲۸۰

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2(-\frac{1}{2})} = 3 \quad y = -\frac{1}{2}(3)^2 + 3(3) - 1 = -\frac{9}{2} + 8 = \frac{7}{2} \quad s(3, \frac{7}{2})$$

$$d = \sqrt{(-4-3)^2 + \left(\frac{5}{2} - \frac{7}{2}\right)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

(۲). ۲۸۱

$$A - B = \{1,3\} \quad 2^2 = 4$$

(۲). ۲۸۲

$$\sqrt{11A + 1/3} = \sqrt{11 \times \frac{27}{110} + 1/3} = \sqrt{2/7 + 1/3} = \sqrt{4} = 2$$

(۱). ۲۸۳

$$\begin{cases} (x^2 + x - 2)^2 = (x-1)^2(x+2)^2 \\ x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x-1)^3 \end{cases} \quad \text{م.م.ب} = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

(۴). ۲۸۴

$$f\left(2\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{9}{4}\right) = \frac{9}{4} + \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{9}{4} + \frac{3}{2} = \frac{15}{4} = 3/75$$

(۲). ۲۸۵. با آزمودن گزینه‌ها به جای X در معادله،  $x=2$  درست است.

(۱). ۲۸۶

$$S = (7 - 2\sqrt{2}) + (7 + 2\sqrt{2}) = 14 \quad x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 14x + 41 = 0$$

$$p = (7 - 2\sqrt{2})(7 + 2\sqrt{2}) = 49 - 8 = 41$$

(۳). ۲۸۷

$$4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 96$$

(۲). ۲۸۸

$$C_{12}^3 = \frac{12!}{(12-3)! 3!} = 220$$

(۱). ۲۸۹. دنباله هندسی با قدر نسبت  $r=2$  و جمله اول  $1 - \sqrt{2}$ 

$$t_6 = ar = (1 - \sqrt{2})2^5 = 32 - 32\sqrt{2}$$

$$1 - \sqrt{2} + 2 - 2\sqrt{2} + 4 - 4\sqrt{2} + 8 - 8\sqrt{2} + 16 - 6\sqrt{2} + 32 - 32\sqrt{2}$$

(۳). ۲۹۰

$$x = \log_5 5^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \quad \log_2 4 = 2$$

$$2x + 1 = 4$$

(۳). ۲۹۱

$$f'(x) = -4x + 4 = 0 \rightarrow x = 1 \quad f(1) = 9$$

(۴). ۲۹۲

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{1 - \sqrt{x}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{هوپیتال}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{1 - \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\pi \cos \pi x}{\frac{-1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 1} -2\sqrt{x} \pi \cos \pi x$$

$$= -2 \pi \cos \pi = 2\pi$$

(۱). ۲۹۳

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + ax^2 + 5}{3x^2 + 4x - 4} = \frac{-3 + 4a}{0} \quad -3 + 4a = 0 \rightarrow a = \frac{3}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + \frac{3}{4}x^2 + 5}{3x^2 + 4x - 4} = \frac{8 + 3 + 5}{12 + 8 - 4} = \frac{16}{16} = 1$$

(۱). ۲۹۴

$$y = \sqrt[3]{\frac{3x-1}{x-2}} = \left(\frac{3x-1}{x-2}\right)^{\frac{1}{3}} \quad y' = \frac{1}{3} \left[ \frac{-5}{(x-2)^2} \right] \left(\frac{3x-1}{x-2}\right)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3} \times -5 \times 8^{-\frac{2}{3}}$$

$$= -\frac{5}{3} \times \frac{1}{\sqrt[3]{8^2}} = -\frac{5}{12}$$

(۴). ۲۹۵

$$\text{مشتق} = 2 \sin x \cos x + 2 \sin x \cos x = 4 \sin x \cos x = 2 \sin 2x = 2 \sin 30^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

(۳). ۲۹۶

$$\frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x} = \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + x \right) = \operatorname{tg} \alpha$$

$$\frac{\pi}{4} + x = k\pi + \alpha \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4} + \alpha$$

(۱). ۲۹۷

$$\frac{4}{36} = \frac{1}{9} \quad \{(3,6)(6,3)(4,5)(5,4)\}$$

(۴). ۲۹۸

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$30 = 22 + 18 - n(A \cap B) \rightarrow n(A \cap B) = 10$$